POLLACK MIHÁLY MŰSZAKI FŐISKOLA

MŰSZAKI MECHANIKA PÉLDATÁR

ÖSSZEÁLLÍTOTTA: GLÖCKLER LÁSZLÓ
KELLER ISTVÁN

PÉCS

második kiadás

Készült a PMMF nyomdájában
Felelős Kiadó a PMMF főigazgatója
Alak: A/4 Példányszám: 290
Terjedelem: 6,25 nyomdai iv
Engedély szám: JÉGBI 0092
PMMF - 165 - 81R

T A R T A L O M J E G Y Z É K

Oldal

Bevezető 2

S T A T I K A

1. Közös metszéspontu erőrendszer.............................. 3
2. Párhuzamos sikbeli erőrendszer.............................. 10
3. Általános sikbeli erőrendszer............................... 14
4. Igénybevételek.. 17
5. Egyenesvonalu tartók igénybevételi ábrái.................... 20
6. Törtengelyű tartók igénybevételi ábrái...................... 24
7. Sikbeli csuklós szerkezetek................................. 27
8. Rácsos tartók... 32
9. Surlódás.. 35

S Z I L Á R D S Á G T A N

10. Sulypont, másodrendű nyomaték.............................. 39
11. Huzás, nyomás, tiszta nyirás............................... 45
12. Csavarás... 50
13. Kihajlás... 53
14. Hajlitott-, nyirt tartók................................... 57
15. Feszültségállapot, összetett igénybevétel.................. 62
16. Hajlitott tartók alakváltozása............................. 74
17. Statikailag határozatlan szerkezetek....................... 81

T Á B L Á Z A T O K 89

B E V E Z E T Ő

A gépészeti gyakorlatban igen sürün találkozhatunk a Müszaki Mechanika témaköréhez tartozó egyszerübb feladatokkal, melyeket az üzemmérnököknek önállóan kell megoldaniok. Ezért szükséges az elméleti anyag ismerete mellett a példamegoldó készség elsajátitása is.

A példatárban témakörönként kidolgozott példák és megoldásra váró feladatok találhatók. Figyelem: a szerkesztő eljárások során felvett léptékek nyomdatechnikai okok miatt arányos mértékben torzultak! A feladatok SI mértékrendszerben készültek, a kiindulási adatokat és az eredményeket minden esetben az SI alapegységeiben ill. ajánlott többszöröseiben közöltük.

A Müszaki Mechanika cimü tantárgy feldolgozott témaköreihez szükséges fizikai mennyiségek SI mértékegységeinek táblázata:

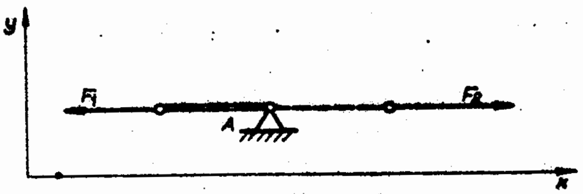
A mennyiség		Az SI - egység				Más egységek átszámitása SI-re
Megnevezés	Jele	Neve	Jele	Ajánlott többszörösei	Megengedett többszörösei	
Hosszuság	l	méter	m	km, mm, μm, nm	dm, cm	
Terület	A		m^2	km^2, mm^2	dm^2, cm^2	
Térfogat	V		m^3	mm^3	dm^3, cm^3	
Sikszög	α, β	radián	rad	mrad, μrad		$1^\circ = 60' = 3600''$ 1 rad=57,29578°
Idő	t	másodperc	s	ks, ms, μs, ns		1 d = 24 h 1 h=60 min=3600 s
Sebesség	v		m/s			
Gyorsulás Nehézségi gyosulás	a g		m/s^2			$g=9{,}80665\ m/s^2$
Tömeg	m	kilógramm	kg	Mg, g, mg, μg		$1\ kg = \frac{1}{9{,}81}\ \frac{kp \cdot s^2}{m}$ 1 t = 1 Mg
Sürüség	ρ		kg/m^3	Mg/m^3	kg/dm^3, g/cm^3	
Erő Suly	F G	newton	N	MN, kN, mN, μN	daN	1 kp=9,80665 N $1\ dyn = 10^{-5}\ N$
Fajsuly	γ		N/m^3			
Erőnyomaték	M		N·m	MN·m, kN·m, mN·m	N·cm, daN·cm	
Nyomás	p	pascal	Pa	GPa, MPa, kPa, mPa, μPa	daN/mm^2, N/mm^2 daN/cm^2, N/cm^2	$1\ kp/cm^2 = 98066{,}5\ Pa$
Merőleges /normális/ feszültség Csusztató /nyiró/ feszültség	σ τ	pascal	Pa	GPa, MPa	daN/mm^2, N/mm^2 daN/cm^2, N/cm^2	
Rugalmassági modulus Csusztatási modulus	E G	pascal	Pa	GPa, MPa, kPa		
Munka Energia	W E	joule	J	GJ, MJ, KJ, mJ		1 kW·h=3,6 MJ 1 J = 1 N·m $1\ erg = 10^{-7}\ J$
Teljesitmény	P	watt	W	GW, MW, kW, mW, μW		1 W = 1 J/s 1 LE=735,498 W

S T A T I K A

1. KÖZÖS METSZÉSPONTU ERŐRENDSZER

1.1 Példa

Határozzuk meg a közös hatásvonalu erőrendszer eredőjét és készitsünk eredményvázlatot.



$F_1 = 60$ N
$F_2 = 100$ N

Megoldás:

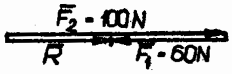
$\Sigma X = R \longrightarrow R = -F_1 + F_2$

$R = -60 + 100$

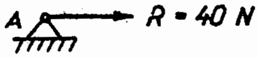
$R = 40$ N

Szerkesztéssel:

Erőlépték: 1 mm ≙ 2 N

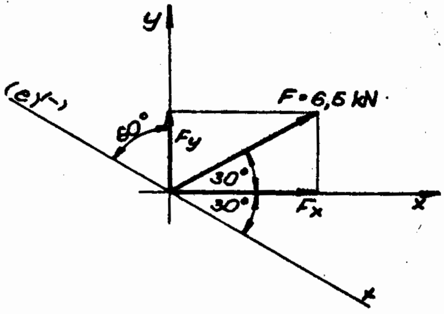


Eredményvázlat:



1.2 Példa

Igazoljuk, hogy az F eredő erőnek az /e/ egyenesre eső vetülete megegyezik az F erő x; y irányu komponensének az /e/ egyenesre eső vetület összegével.

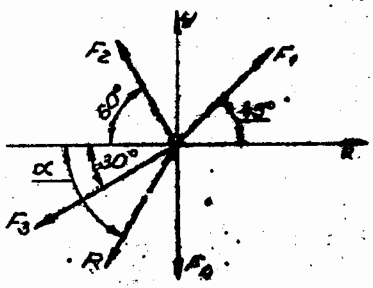


Megoldás:

$F_e = F.\cos 60^\circ = 6{,}5.0{,}5 = \underline{3{,}25\ \text{kN}}$
$F_x = F.\cos 30^\circ = 6{,}5.0{,}866 = 5{,}65$ kN
$F_y = F.\sin 30^\circ = 6{,}5.0{,}5 = 3{,}25$ kN
$F_{xe} = F_x.\cos 30^\circ = 5{,}65.0{,}866 = 4{,}87$ kN
$F_{ye} = -F_y.\cos 60^\circ = -3{,}25.0{,}5 = -1{,}62$ kN
$\Sigma F_e = F_{xe} + F_{ye} = 4{,}87 - 1{,}62 = \underline{3{,}25\ \text{kN}}$

1.3 Példa

Számitsuk ki az alábbi erőrendszer eredőjét.



$F_1 = 140$ N
$F_2 = 100$ N
$F_3 = 100$ N
$F_4 = 200$ N

Megoldás:

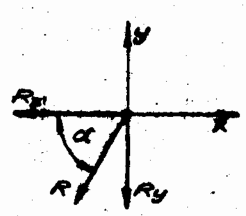
$$\Sigma X_i = R_x = F_1 \cdot \cos 45^\circ - F_2 \cdot \cos 60^\circ - F_3 \cdot \cos 30^\circ = 140 \cdot 0{,}707 - 100 \cdot 0{,}5 - 100 \cdot 0{,}866 = \underline{-37{,}6\ N}$$

$$\Sigma Y_i = R_y = F_1 \cdot \sin 45^\circ + F_2 \cdot \sin 60^\circ - F_3 \cdot \sin 30^\circ - F_4 = 140 \cdot 0{,}707 + 100 \cdot 0{,}866 - 100 \cdot 0{,}5 - 200 = \underline{-64{,}4\ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{37{,}6^2 + 64{,}4^2} = \underline{74{,}6\ N}$$

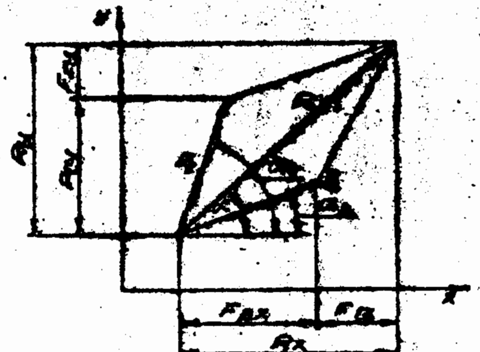
$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-64{,}4}{-37{,}6} = 1{,}71 \Rightarrow \alpha = \underline{59{,}7^\circ}$$

Eredményvázlat:



1.1 Feladat

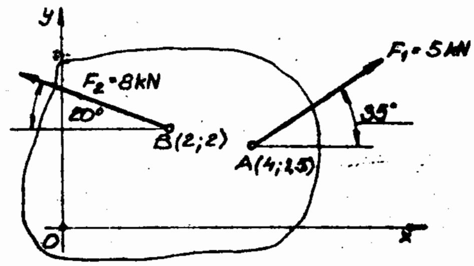
Számitsa ki F_1 és F_2 eredőjét.



$F_1 = 8$ kN $\qquad \alpha_1 = 70^\circ$
$F_2 = 5$ kN $\qquad \alpha_2 = 20^\circ$

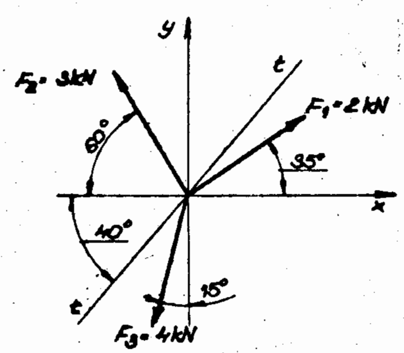
1.2 Feladat

Határozza meg számítással és szerkesztéssel az erőrendszer eredőjét.



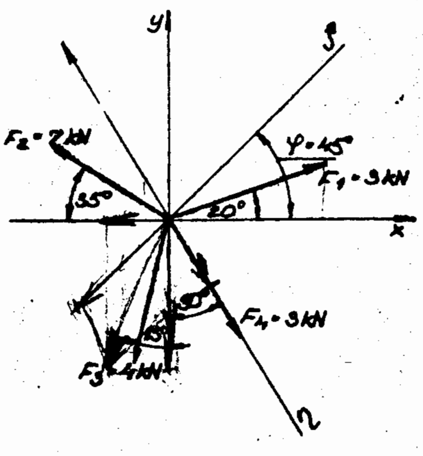
1.3 Feladat

Számítsa ki a közös pontban működő erőrendszer t-t egyenesbe eső komponensét.



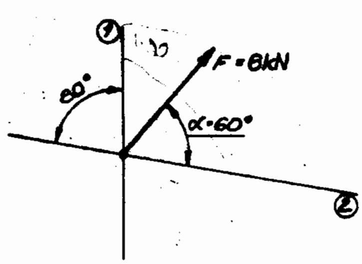
1.4 Feladat

Bontsa az adott erőket x; y koordináta rendszerben komponenseikre, majd határozza meg az η; ξ koordináta rendszerben az erőrendszer eredőjét.



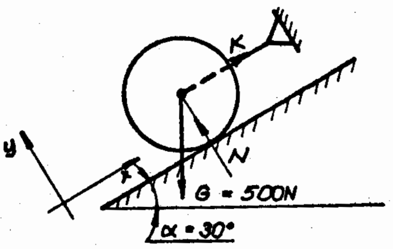
1.5 Feladat

Bontsa fel az adott (1) és (2) irányok szerinti komponensekre az F erőt. A feladatot számítással és szerkesztéssel is oldja meg.



1.4 Példa

Határozzuk meg az egyensulyt biztositó kényszereken ébredő erők nagyságát.



Megoldás számitással: $/\overline{G} + \overline{K} + \overline{N} = 0/$

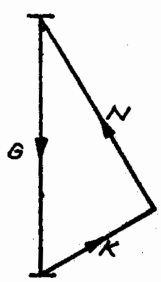
$\Sigma X_i = 0 = K - G.\sin\alpha \Longrightarrow K = 250\ N$

$\Sigma Y_i = 0 = N - G.\cos\alpha \Longrightarrow N = 433\ N$

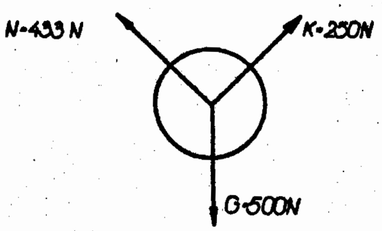
Megoldás szerkesztéssel:

Erőlépték: 1 cm $\doteq$ 100 N

/ FOLYTONOS NYILFOLYAM ! /



Eredményvázlat:

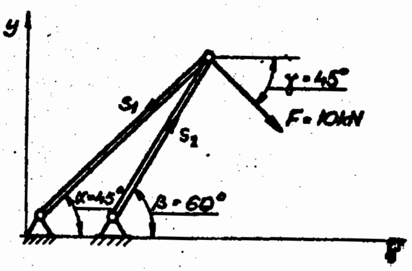


1.5 Példa

Számitsuk ki a vázolt szerkezet ruderőit.

$\Sigma Y_i = 0 = - S_1.\sin 45^o + S_2.\sin 60^o - F.\sin 45^o$

$\Sigma X_i = 0 = - S_1.\cos 45^o + S_2.\cos 60^o + F.\cos 45^o$



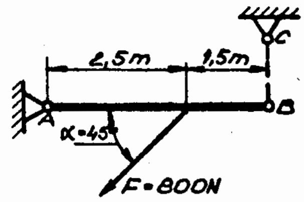
A vetületi egyenleteket rendezve:

$$S_1 = \frac{- F.\cos 60^o - F.\sin 60^o}{\cos 60^o - \sin 60^o} = \frac{-5 - 8,66}{0,5 - 0,866} = 37,4\ kN$$

$$S_2 = \frac{S_1.\sin 45^o + F.\sin 45^o}{\sin 60^o} = \frac{26,4 + 7,07}{0,866} = 38,6\ kN$$

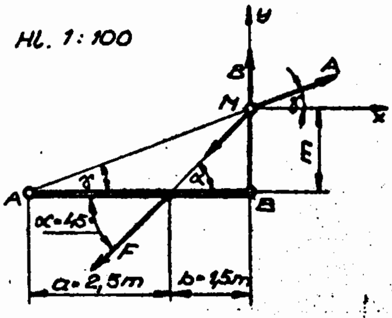
1.6 Példa

Határozzuk meg a kényszereken ébredő erőket számitással és szerkesztéssel.



Megoldás:

B–C erő kötélirányu, A csuklóerő iránya tetszőleges. B–C és F erők hatásvonalai metsződnek / M pont /, ezek eredője a ponton átmegy, melyet az A csuklóerő ugy képes kiegyensulyozni, ha hatásvonala szintén ezen a ponton halad keresztül.



A geometriai adatok:

$$tg\alpha = \frac{m}{b} \implies m = 1{,}5\ \text{m}$$

$$tg\,\gamma = \frac{m}{a+b} \implies \gamma = 20{,}5^\circ$$

$$\Sigma X = 0 = A.\cos\gamma - F.\cos\alpha$$

$$\Sigma Y = 0 = A.\sin\gamma + B - F.\sin\alpha$$

Az egyenleteket rendezve és behelyettesitve:

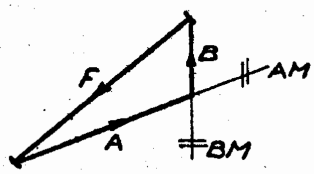
$A = 604$ N

$B = 353$ N

Szerkesztés:

Az ábrát hosszléptékhelyesen /1:100/ ábrázoltuk, a közös M pontot megkaptuk.

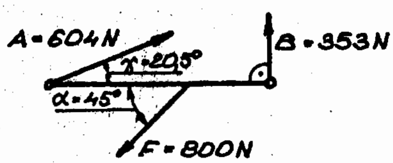
Erőlépték: 1 mm $\triangleq$ 20 N



$A = 30$ mm $\triangleq$ 600 N

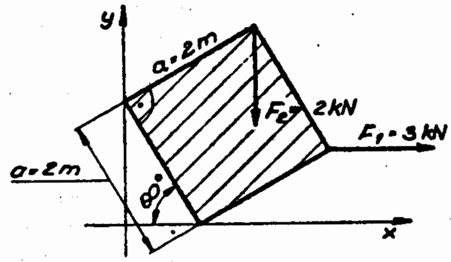
$B = 18$ mm $\triangleq$ 360 N

Eredményvázlat:



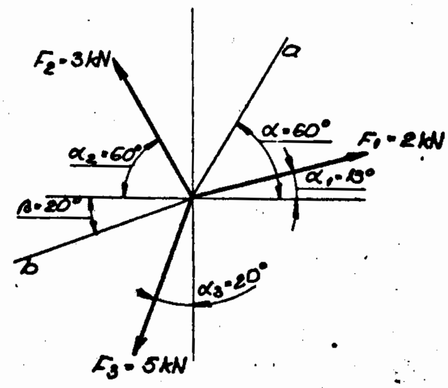
1.6 Feladat

Az adott test mely pontjában müködtetne olyan erőt / nagyság, irány, értelem, támadópont /, ami a test nyugalmát biztositja.



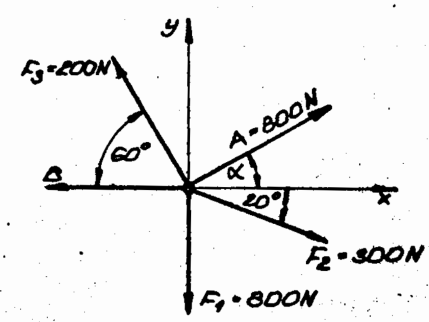
1.7 Feladat

Egyensulyozza ki a közös metszéspontu erőrendszert "a" és "b" egyeneseken müködő erőkkel.



1.8 Feladat

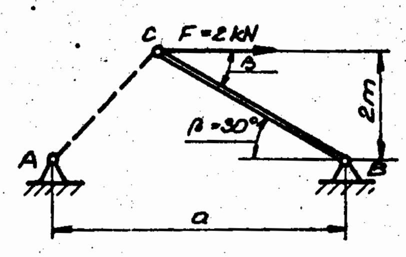
Határozza meg az egyensulyozó B erő nagyságát és A erő /α/ irányát.



1.9 Feladat

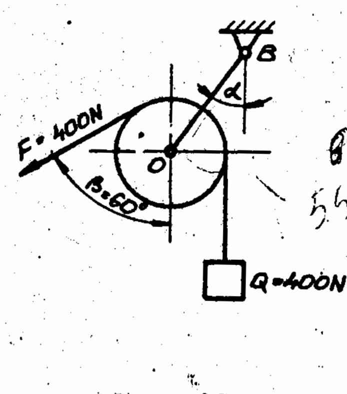
Számitsa ki és szerkessze meg, hogyan változnak a kényszererők, ha

$a = 2.\sqrt{3}$ m ;
ill. $a = 2.\sqrt{3} + 2$ m;.
ill. $a = 2.\sqrt{3} - 2$ m



1.10 Feladat

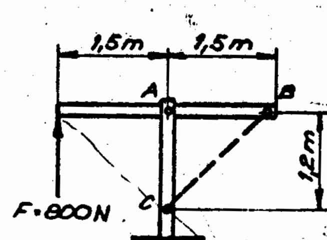
Állapitsa meg, hogy az ábrán látható korong milyen α szöghelyzetet foglal el egyensuly esetén, és mekkora az O-B rudat terhelő erő.



892,81
54,96°

1.11 Feladat

Állapitsa meg, hogy a vázolt szerkezetben melyik elemet és hogyan kell kicserélnie, ha a szerkezet egyensulyát biztositani kivánja. Mindezek után határozza meg a kényszererőket.

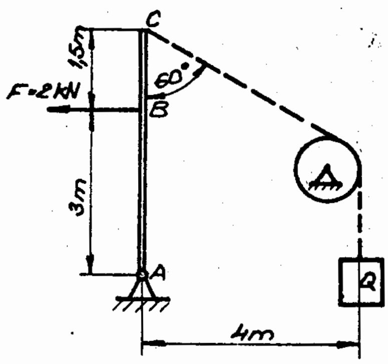


0,98
1280,6N

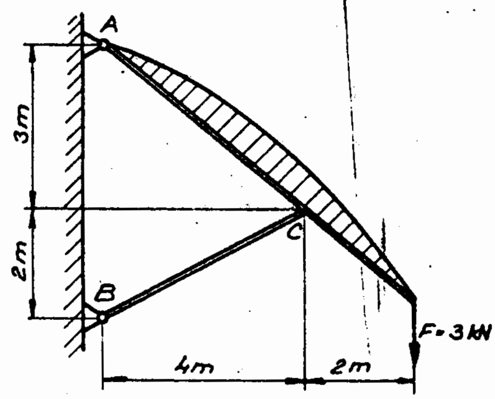
1.12 Feladatok

Határozza meg az ábrázolt szerkezeteket egyensulyozó kényszererőket számitással és szerkesztéssel. Minden esetben készitsen eredményvázlatot.

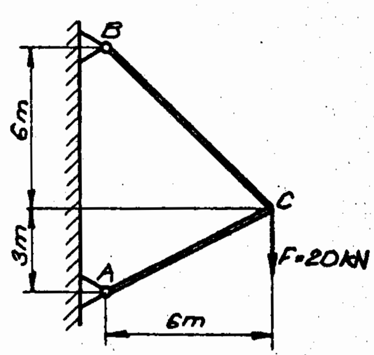
1.12.1



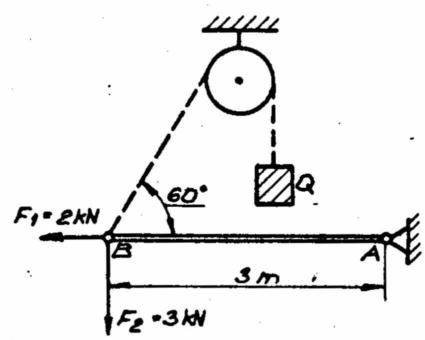
1.12.2



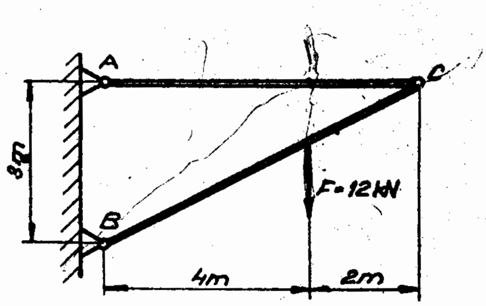
1.12.3



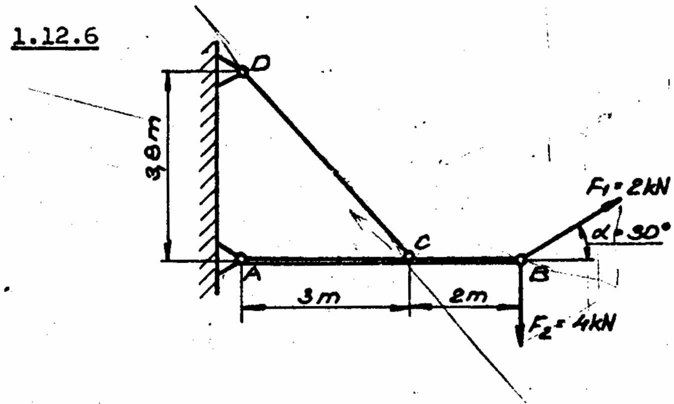
1.12.4



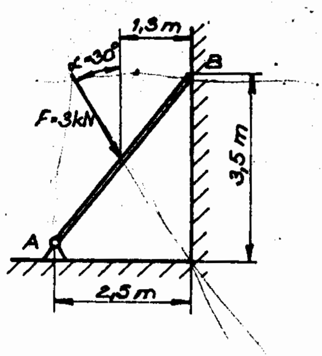
1.12.5



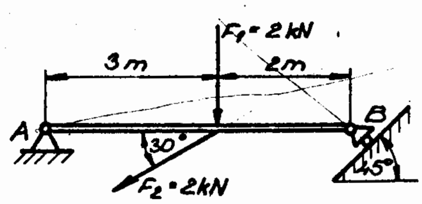
1.12.6



1.12.7



1.12.8



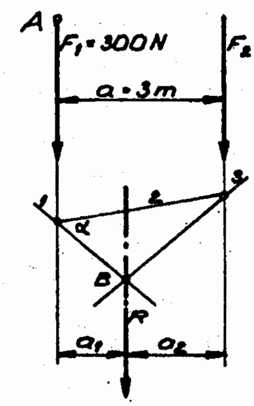
2. PÁRHUZAMOS SIKBELI ERŐRENDSZER

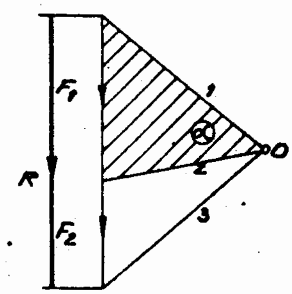
2.1 Példa

Határozzuk meg az alábbi erők eredőjét számitással és szerkesztéssel.

Szerkesztés:

Hosszlépték: 10 mm ≙ 1 m . Erőlépték: 10 mm ≙ 100 N





a_1 = 12 mm ≙ 1,2 m R = 50 mm ≙ 500 N

Számitás:

$+\downarrow \Sigma Y = R = 300 + 200 = 500\ N \downarrow$

$+\circlearrowright \Sigma M_A = F_2 \cdot a = R \cdot a_1 \qquad a_1 = 1{,}2\ m$

az eredő helye más módon: / $\Sigma M_B = 0$; mert az eredőnek B pontra nincs nyomatéka /

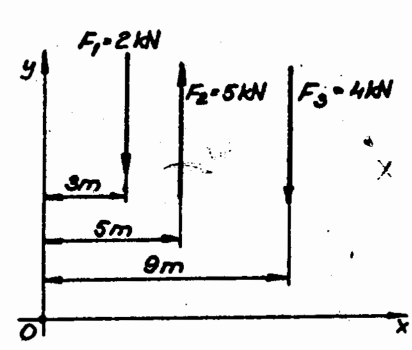
$$F_2 \cdot a_2 - F_1 \cdot a_1 = 0 \qquad \text{ahol: } a_2 = a - a_1$$

$$\text{igy: } a_1 = \frac{F_2}{F_2 + F_1} \cdot a = 1{,}2\ m$$

2.1 Feladat

↑ _ 18 KNm

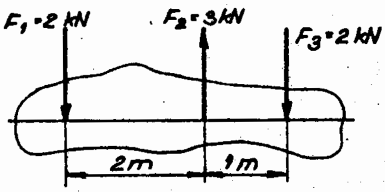
Számitsa ki az erőrendszer eredőjének nagyságát, irányát, értelmét és helyét az adott koordináta rendszerben.



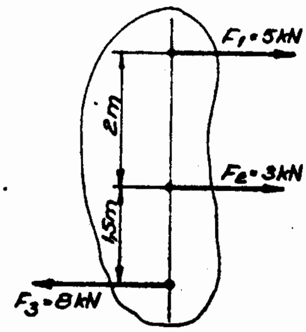
2.2 Feladat

Számitsa ki és szerkessze meg az alábbi erőrendszerek eredőjét.

2.2.1



2.2.2

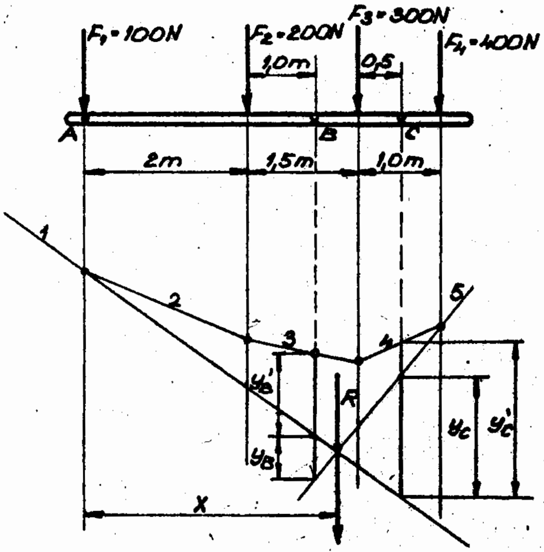


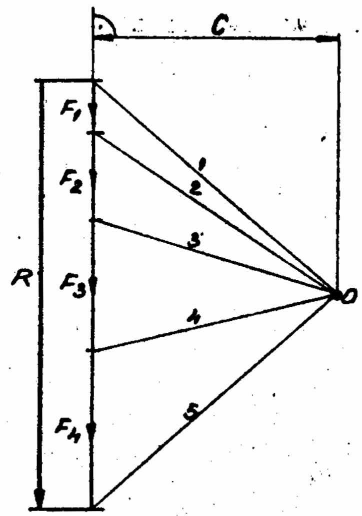
2.2 Példa

Határozzuk meg az alábbi párhuzamos erőrendszer eredőjét. Mekkora az erőrendszer nyomatéka a B és C pontra? Állapitsuk meg a B és C pontokra a tőlük balra levő erők nyomatékát is. A feladatot számitással és szerkesztéssel is oldjuk meg./A nyomaték előjele a jobbsodrású koordinátarendszerhez igazodik./

Szerkesztés:

Hosszlépték: 10 mm ≙ 1 m . Erőlépték: 1 mm ≙ 10 N





az eredő helye: $x = 32{,}5$ mm ≙ $3{,}25$ m

nyomatéki metszék: $y_B = -5{,}0$ mm ≙ $-0{,}5$ m

$y_C = 15{,}0$ mm ≙ $1{,}5$ m

$y_B' = 10{,}0$ mm ≙ $1{,}0$ m

$y_C' = 19{,}0$ mm ≙ $1{,}9$ m

az eredő: $R = 100$ mm ≙ 1000 N

pólustáv: $C = 50$ mm ≙ 500 N

az erőrendszer nyomatéka:

$M_B = y_B \cdot C = -\,0{,}5 \cdot 500 = -\,250$ N.m (−)

$M_C = y_C \cdot C = 1{,}5 \cdot 500 = 750$ N.m (+)

a balra levő erők nyomatéka:

$M_B' = y_B' \cdot C = 1{,}0 \cdot 500 = 500$ N.m (+)

$M_C' = y_C' \cdot C = 1{,}9 \cdot 500 = 950$ N.m (+)

Számitás:

$+\downarrow \Sigma Y = R = 100 + 200 + 300 + 400 = 1000\ N\downarrow$

$(+\ \Sigma M_{/A/} = R.x = 2.200 + 3{,}5.300 + 4{,}5.400 \longrightarrow x = 3{,}25\ m$

az erőrendszer nyomatéka: $M_B = F_1.3 + F_2.1 - F_3.0{,}5 - F_4.1{,}5 = -\ 250\ N.m\ (-$

$M_C = F_1.4 + F_2.2 + F_3.0{,}5 - F_4.0{,}5 = 750\ N.m\ (+$

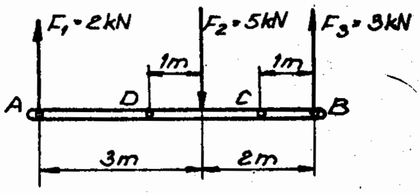
a balra levő erők nyomatéka: $M'_B = F_1.3 + F_2.1 = 500\ N.m\ (+$

$M'_C = F_1.4 + F_2.2 + F_3.0{,}5 = 950\ N.m\ (+$

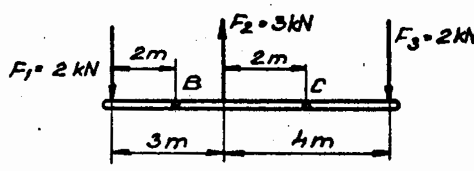
2.3 Feladat

Határozza meg az alábbi erőrendszerek eredőjét, és a jelzett pontokra a nyomatékokat. Állapitsa meg a ponttól balra levő erők nyomatékát is.

2.3.1



2.3.2



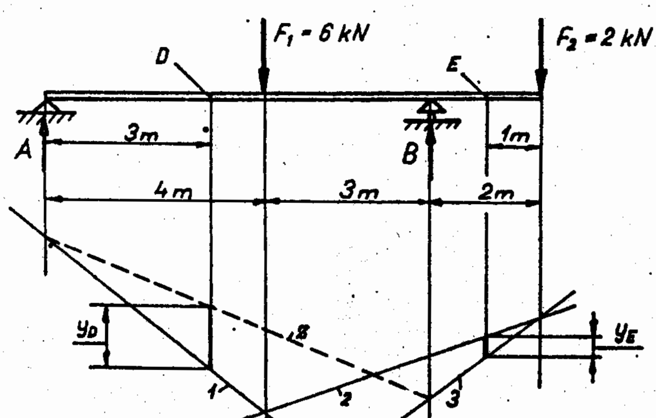
2.3 Példa

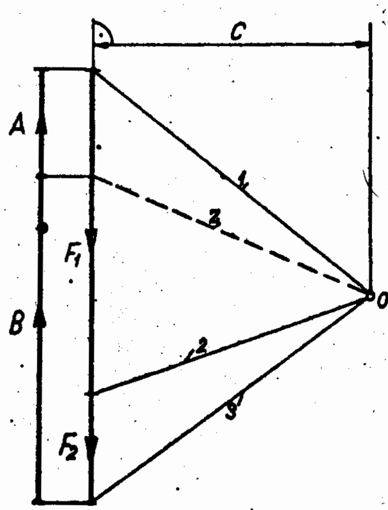
Határozzuk meg a vázolt tartó egyensulyozó erőit, valamint a jelzett keresztmetszetek / D; E / a keresztmetszettől balra levő erők nyomatékát./M (+), ha az alsó szál huzott./

Szerkesztés: / Közös metszéspont ◄► vektorháromszög /

Hosszlépték: 10 mm ≙ 1 m

Erőlépték: 10 mm ≙ 1 kN





a nyomatéki metszékek: y_D = 12 mm ≙ 1,2 m

y_E = − 4 mm ≙ −0,4 m

a reakciók: A = 20 mm ≙ 2 kN

B = 60 mm ≙ 6 kN

a pólustávolság: C = 50 mm ≙ 5 kN

a balra levő erők nyomatéka: $M_D = y_D.C = 1{,}2.5 = 6\ kN.m\ (+$

$M_E = y_E.C = -\ 0{,}4.5 = -\ 2\ kN.m\ (-$

Számitás:

$\curvearrowleft + \sum M_{/A/} = 0 = F_1 .4 - B.7 + F_2 .9 \quad \Longrightarrow \quad B = \frac{6.4 + 2.9}{7} = 6\ kN\uparrow$

$+\uparrow \sum Y = 0 = A - F_1 + B - F_2 \quad \Longrightarrow \quad A = 6 - 6 + 2 = 2\ kN\uparrow$

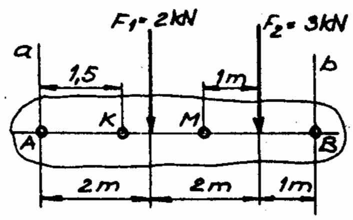
a balra levő erők nyomatéka: $M_D = 2.3 = 6\ kN.m \curvearrowleft +$

$M_E = 2.8 - 6.4 + 6.1 = -2\ kN.m \curvearrowleft -$

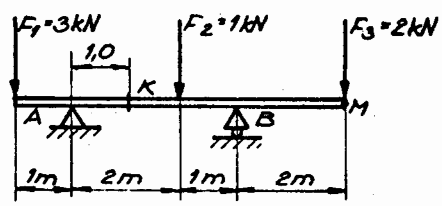
2.4 Feladat

Állapitsa meg az alábbi erőrendszereket egyensulyozó erőket / A; B /, valamint a jelzett pontokban / K; M / a balra levő erők nyomatékát.

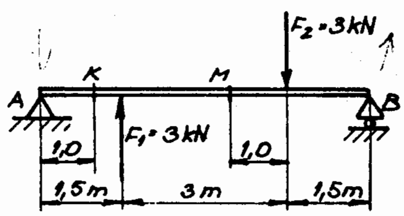
2.4.1



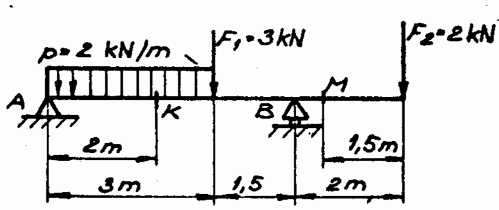
2.4.2



2.4.3



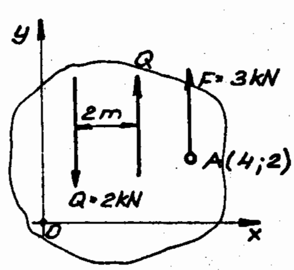
2.4.4



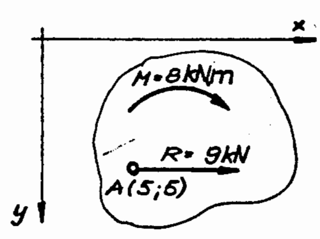
2.5 Feladat

Határozza meg az alábbi erőrendszerek eredőjét / nagyság, irány, értelem, támadópont / az adott koordináta rendszerben.

2.5.1



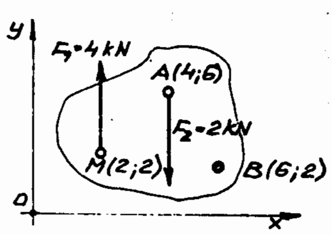
2.5.2



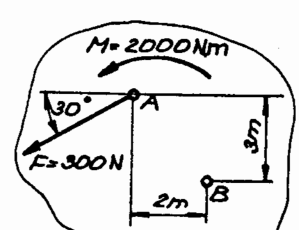
2.6 Feladat

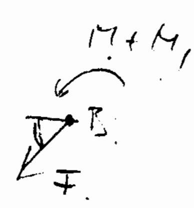
Határozza meg az erőrendszerek B pontra kifejtett hatását. / Erőáthelyezés /

2.6.1



2.6.2

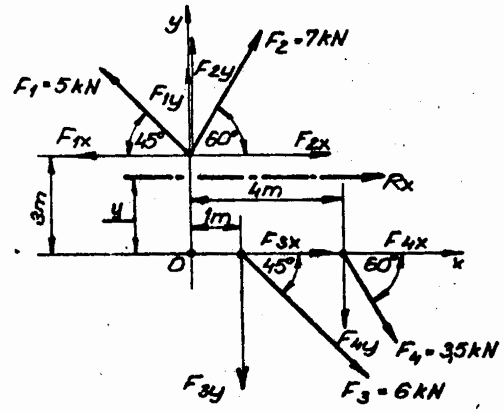




3. ÁLTALÁNOS SIKBELI ERŐRENDSZER

3.1 Példa

Számitsuk ki az alábbi erőrendszer eredőjét.



Megoldás:

a komponensek:

$F_{1x} = -3,5$ kN		$F_{1y} = 3,5$ kN	
$F_{2x} = 3,5$ kN		$F_{2y} = 6,05$ kN	
$F_{3x} = 4,25$ kN		$F_{3y} = -4,25$ kN	
$F_{4x} = 1,75$ kN		$F_{4y} = -3,04$ kN	

az eredő komponensei:

$$\Sigma X = R_x = -3,5 + 3,5 + 4,25 + 1,75 = 6,0 \text{ kN} \rightarrow$$
$$\Sigma Y = R_y = 3,5 + 6,05 - 4,25 - 3,04 = 2,26 \text{ kN} \uparrow$$

az eredő nagysága:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{6,0^2 + 2,26^2} = 6,41 \text{ kN}$$

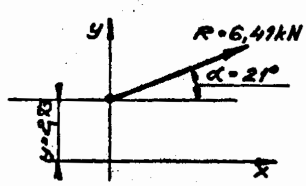
az eredő iránya:

$$tg\alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{2,26}{6} = 0,377 \Longrightarrow \alpha \cong 21^\circ$$

az eredő helye: "O" pontra számitott nyomatéki egyenletből; az eredő és az "y" tengely metszéspontja / y /:

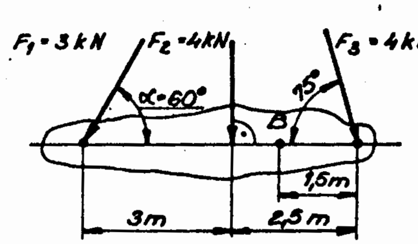
$$\curvearrowleft + \Sigma M_{/O/} = -3,5 \cdot 3 + 3,5 \cdot 3 + 4,25 \cdot 1 + 3,04 \cdot 4 = R_x \cdot y \Longrightarrow y = 2,73 \text{ m}$$

Eredményvázlat:



3.1 Feladat

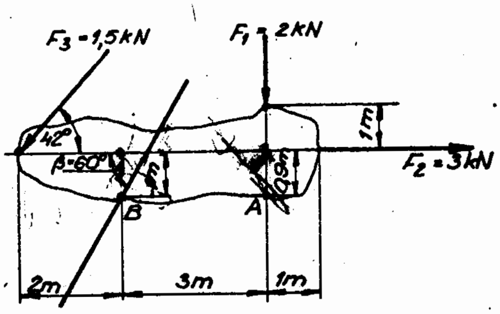
Határozza meg számitással és szerkesztéssel az erőrendszer eredőjét / nagyság, irány, értelem, támadópont /.



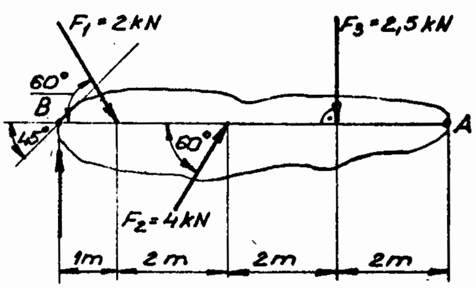
3.2 Feladat

Egyensulyozza az alábbi erőrendszereket adott ponton "A" és adott hatásvonalon "B" müködő erővel. / Számitás és szerkesztés /

3.2.1

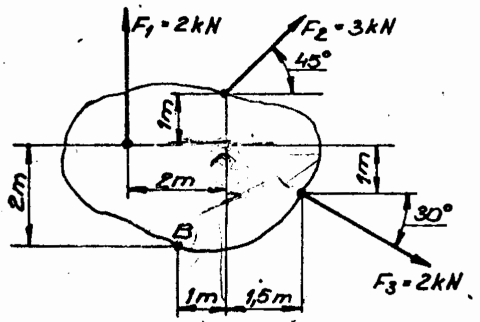


3.2.2



3.3 Feladat

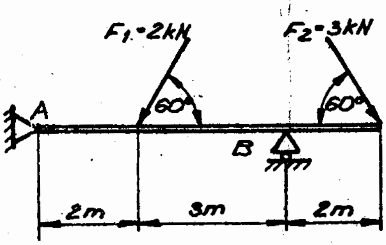
Mekkora és milyen hatásvonalu erőt kell még hozzáadni az erőrendszerhez a "B" pontban, hogy az igy kapott erőrendszer eredője nyomaték legyen?



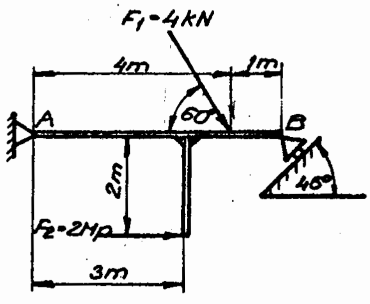
3.4 Feladat

Határozza meg a merev testeket egyensulyozó erőket.

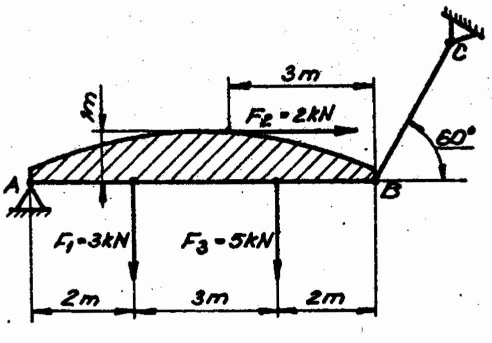
3.4.1



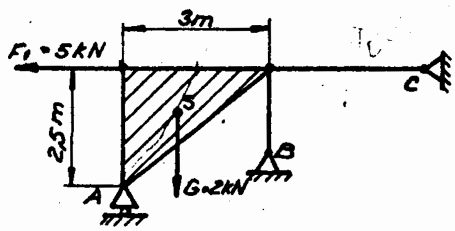
3.4.2



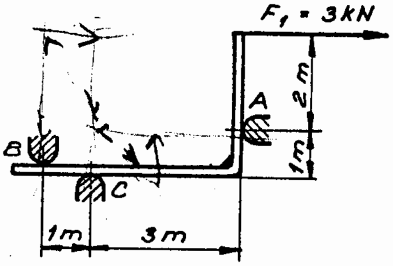
3.4.3



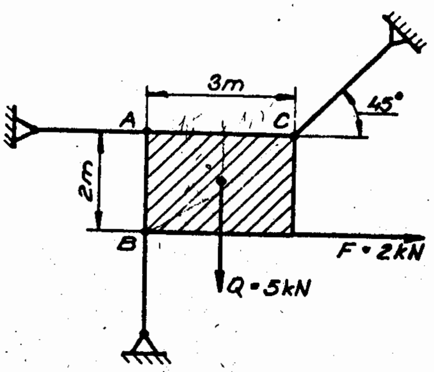
3.4.4



3.4.5



3.4.6



K_3 igénybevétele:

$\curvearrowleft + \; M = 5{,}5.4{,}54 - 3 - 4.2.3{,}5 + 1.8{,}46 = 2{,}43$ kN.m

$+\uparrow \; T = 4{,}54 - 2.4 + 8{,}46 = 5{,}0$ kN

$N = -4{,}54 + 1{,}08 = -3{,}46$ kN

K_4 igénybevétele:

$\curvearrowleft + \; M = 7.4{,}54 - 0{,}5.4{,}54 - 3 - 4.2.5 + 2{,}5.8{,}46 + 0{,}5.1{,}08 - 1.3 = 5{,}2$ kN.m

$\pm \; T = -4{,}54 + 1{,}08 = -3{,}46$ kN

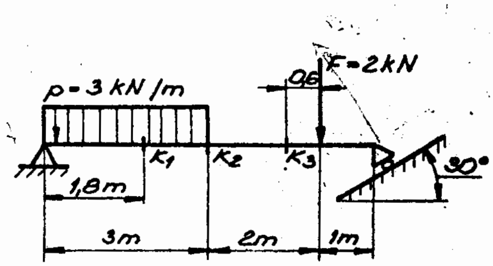
$N = -4{,}54 + 4.2 - 8{,}46 + 3 = -2{,}0$ kN

Határozza meg a jelzett keresztmetszetek igénybevételeit jobb oldalról redukálva az erőhatásokat! MI AZ ELTÉRÉS?

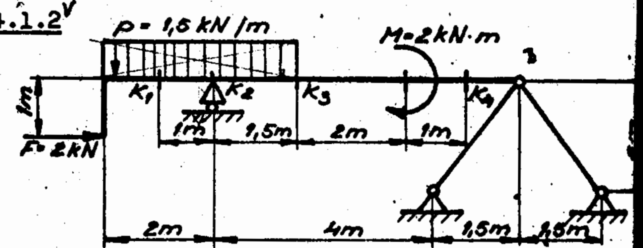
4.1 Feladat

Határozza meg az alábbi tartók jelzett keresztmetszeteinek / K_1, K_2 ... stb / igénybevételét!

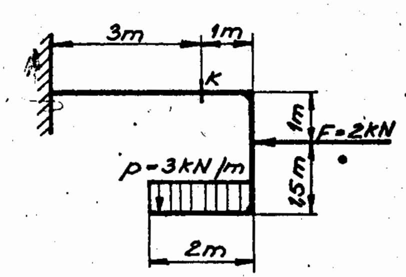
4.1.1



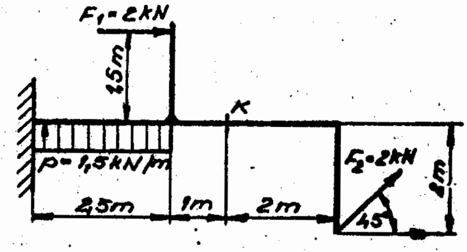
4.1.2



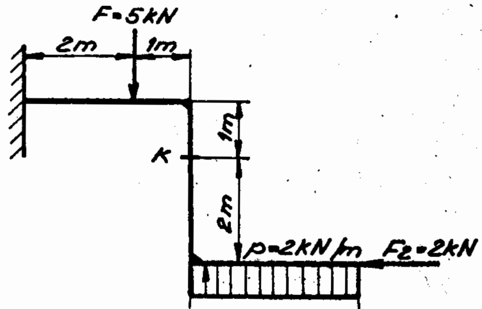
4.1.3



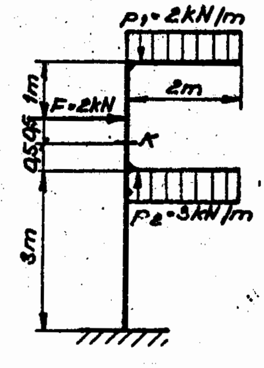
4.1.4



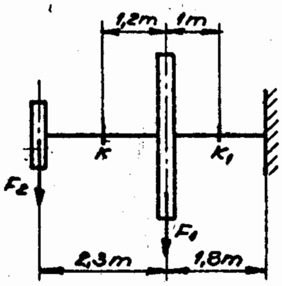
4.1.5

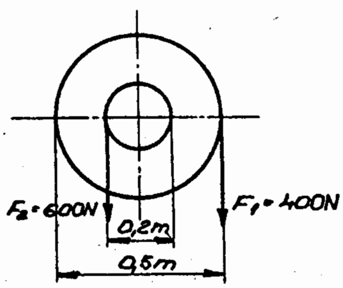


4.1.6

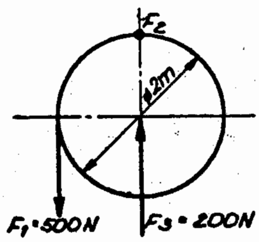


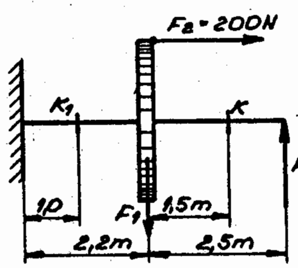
4.1.7


1,2m
1m
F2
K
K1
F1
2,3m
1,8m

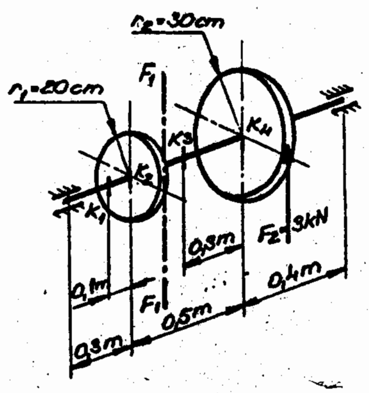

F2=600N
F1=400N
0,2m
0,5m

4.1.8


F2
2m
F1=500N
F3=200N


F2=200N
K1
K
F3
1,0
F1
1,5m
2,2m
2,5m

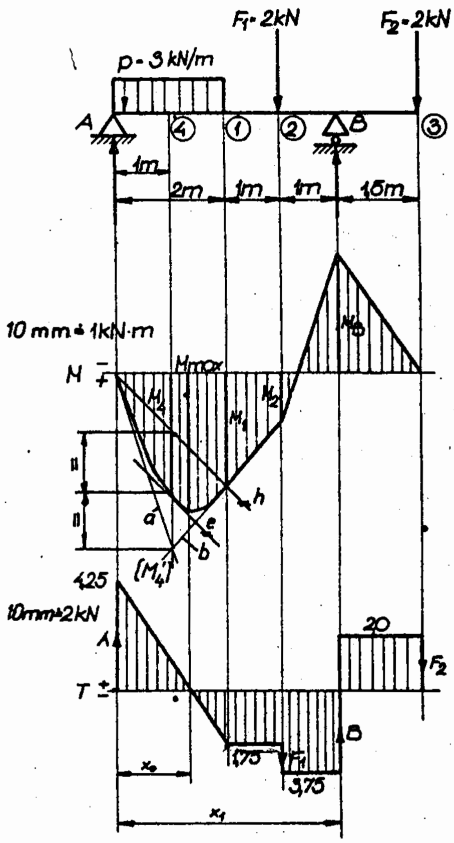
4.1.9


r2=30cm
r1=20cm
F1
K3
K4
K2
K1
0,3m
F2=3kN
0,1m
0,4m
F1
0,5m
0,3m

5. EGYENESVONALU TARTÓK IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁI

5.1 Példa

Készitsük el az alábbi tartó igénybevételi ábráit, határozzuk meg a veszélyes helyeken ébredő igénybevételeket.



Megoldás:

a reakciók:

$\Sigma M_{/A/} = 0 = 3.2.1 + 2.3 - 4.B + 5,5.2$

$B = 5,75$ kN

$\Sigma Y = 0 = A - 3.2 - 2 + 5,75 - 2$

$A = 4,25$ kN

ellenőrzés:

$\Sigma M_{/B/} = 4,25.4 - 3.2.3 - 2.1 + 2.1,5 = 0!$

nyomatékok:

$M_A = 0$

$M_4' = 4,25.1 \quad = 4,25$ kN.m

$M_4 = 4,25.1 - 3.1.0,5 \quad = 2,75$ kN.m

$M_1 = 4,25.2 - 3.2.1 \quad = 2,5$ kN.m

$M_2 = 4,25.3 - 3.2.2 \quad = 0,75$ kN.m

$M_B = 4,25.4 - 3.2.3 - 2.1 = -3,0$ kN.m

$M_3 = 0$

nyiróerők:

$T_A = 4,25$ kN

$T_1 = 4,25 - 3.2 \quad = -1,75$ kN

$T_2 = 4,25 - 3.2 - 2 \quad = -3,75$ kN

$T_B = 4,25 - 3.2 - 2 + 5,75 = 2,0$ kN

$T_3 = 2$ kN

A számitott értékek alapján az igénybevételi ábrák megrajzolhatók.
A nyomatéki ábra két módon is elkészithető. Az egyik esetben a számitott tényleges értékekkel közvetlenül rajzoljuk meg az ábrát. A másik esetben először egy olyan ábrát rajzolunk, mintha a megoszló terhelés helyett, ennek eredőjeként egy koncentrált erő hatna. Ekkor M_1 értékére nincs szükségünk, M_4 helyett pedig M_4'-t határozzuk meg. A tényleges ábrát ugy kapjuk meg, hogy a megoszló terhelésü szakasz végét az ábránkban levetitve megkapjuk M_1-t, a megoszló terhelésü szakasz két végét összekötjük /h/, a megoszló terhelés közepén "h" és M_4' közötti szakaszt felezve megkapjuk a másodfoku görbe harmadik pontját, ami M_4-el azonos. Ebben a pontban a "h"-val párhuzamos "e", M_A-ban "a", M_1-ben pedig "b" a görbe érintői.

0,577·

a nyomatéki maximumok helyei: / T = 0 /

$T_{x_0} = 0 = A - p.x_0 \Longrightarrow x_0 = \frac{4,25}{3} = 1,423$ m, valamint: $x_1 = 4$ m

a maximális igénybevételek:

$M_{max/x_0/} = 4,25.1,423 - 3.1,423.\frac{1,423}{2} = 3,01$ kN.m

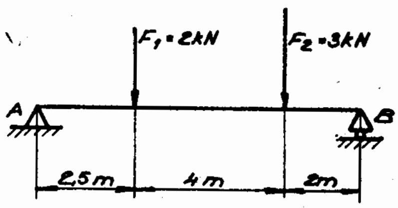
$M_{max/x_1/} = -3$ kN.m

$T_{max} = 4,25$ kN

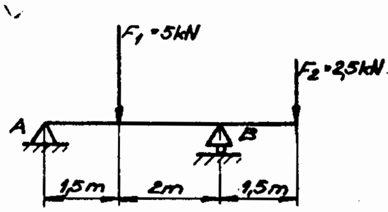
5.1 Feladat

Számitott értékek alapján rajzolja meg az alábbi tartók igénybevételi ábráit és határozza meg a maximális igénybevételeket.

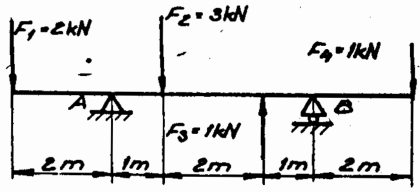
5.1.1



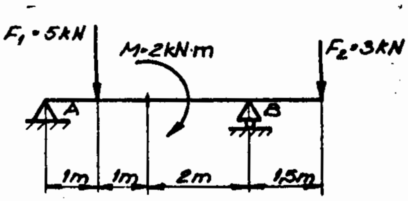
5.1.2



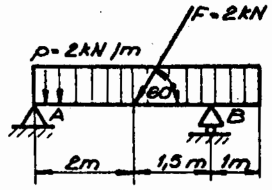
5.1.3



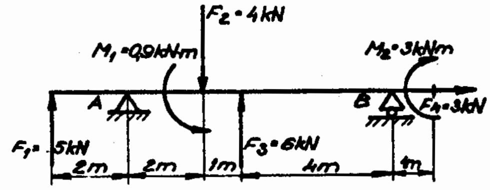
5.1.4



5.1.5

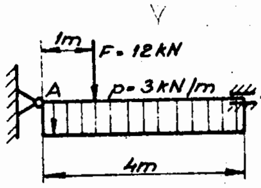


5.1.6



5.1.7

Q = 12 kN

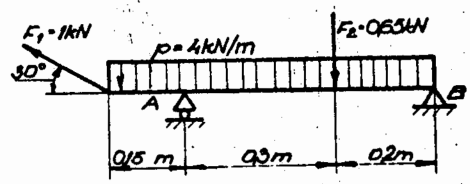


3 = 9

ΣY: 0 = A − 12 − 12 + 9

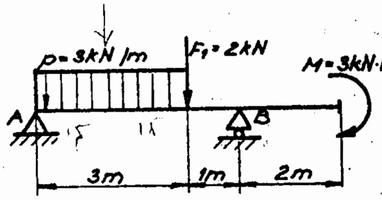
A = 15

5.1.8



5.1.9

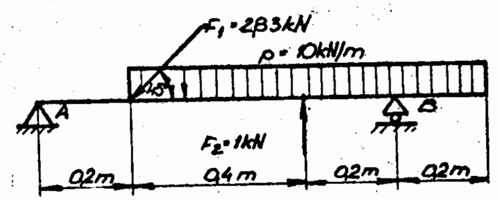
Q = 9 kN



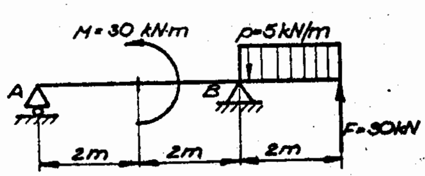
ΣM_A: ... $- 2 \cdot 2 + 4B_y - 3 \Rightarrow B_y = \frac{22,5}{4} = 5,625$

ΣY: $0 = A_y - 9 - 2 + 5,625 \Rightarrow A_y = 5,375$

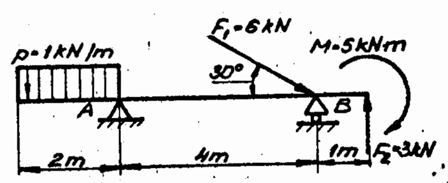
5.1.10



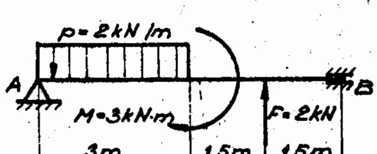
5.1.11



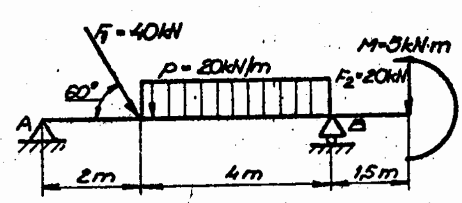
5.1.12



5.1.13



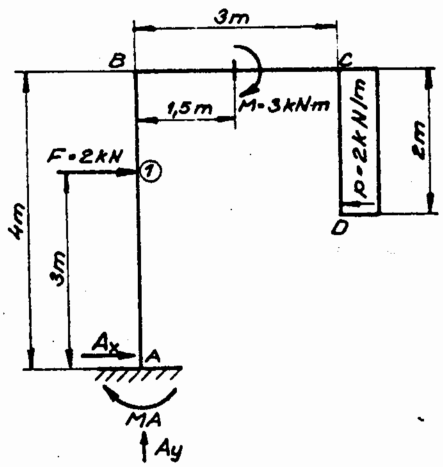
5.1.14



6. TÖRTTENGELYÜ TARTÓK IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁI

6.1 Példa

Rajzoljuk meg a törtvonalu tartó igénybevételi ábráit számitott értékek alapján, és határozzuk meg a legnagyobb igénybevételeket!



Megoldás:

a reakciók:

$$\curvearrowleft + \Sigma M_{/A/} = 0 = M_A + 2.3 + 3 - 2.2.3 \Longrightarrow$$

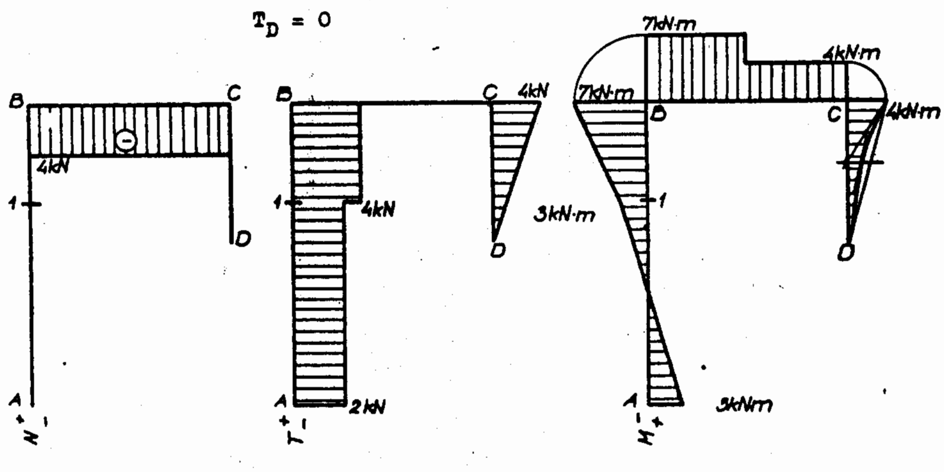
$$\Longrightarrow M_A = 3 \text{ kN.m} \curvearrowleft$$

$$+\uparrow \Sigma Y = 0 = A_y$$

$$\underrightarrow{+} \Sigma X = 0 = A_x + 2 - 2.2 \rightarrow A_x = 2 \text{ kN} \leftarrow$$

az igénybevételek: / v-vizszintes; f-függőleges tartószakaszra vonatkozik /

$N_A = 0$	$T_A = -2$ kN	$M_A = 3$ kN.m
$N_1 = 0$	$T_1 = -2 - 2 = -4$ kN	$M_1 = 3 - 2.3 = -3$ kN.m
$N_{Bf} = 0$	$T_{Bf} = -2 - 2 = -4$ kN	$M_B = 3 - 2.4 - 2.1 = -7$ kN.m
$N_{Bv} = -2 - 2 = -4$ kN	$T_{Bv} = 0$	$M_C = 3 - 2.4 - 2.1 + 3 = -4$ kN.m
$N_{Cv} = -2 - 2 = -4$ kN	$T_{Cv} = 0$	$M_D = 0$
$N_{Cf} = 0$	$T_{Cf} = -2 - 2 = -4$ kN	
$N_D = 0$	$T_D = 0$	

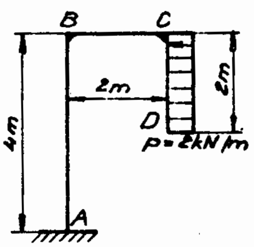


$N_{max} = -4$ kN $T_{max} = \pm 4$ kN $M_{max} = -7$ kN·m

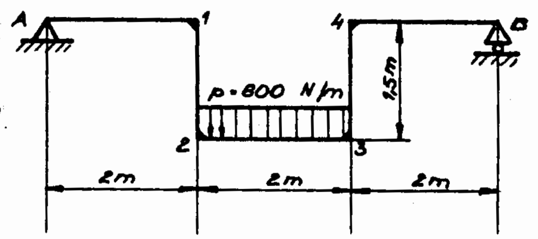
6.1 Feladat

Készitse el a következő törttengelyü tartók igénybevételi ábráit számitott értékek alapján a maximális igénybevételek megállapitásával!

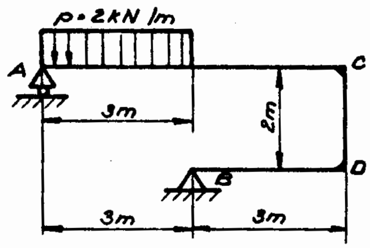
6.1.1



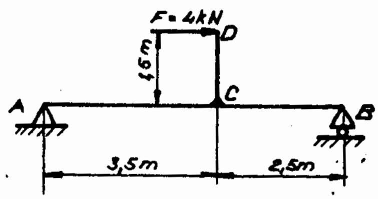
6.1.2



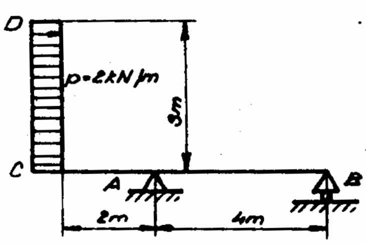
6.1.3



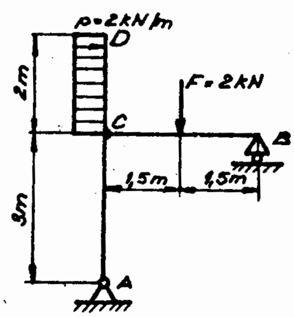
6.1.4



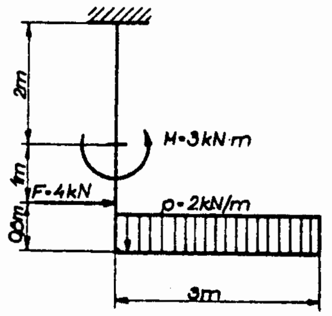
6.1.5



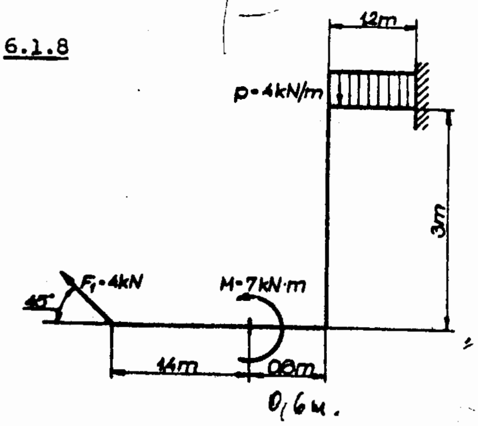
6.1.6



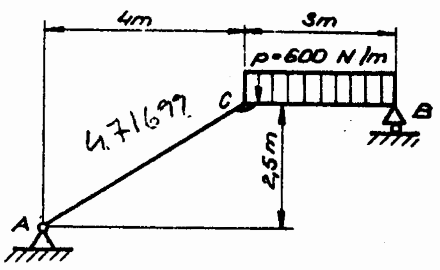
6.1.7



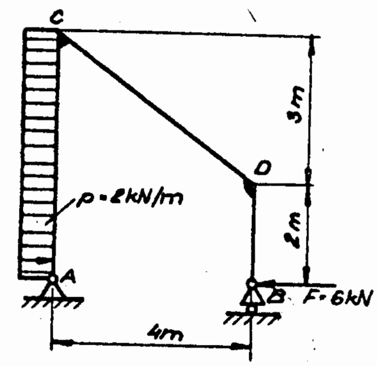
6.1.8



6.1.9



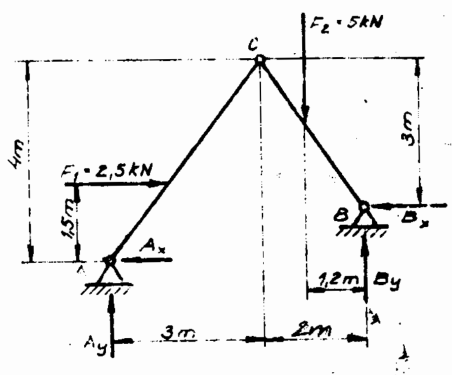
6.1.10

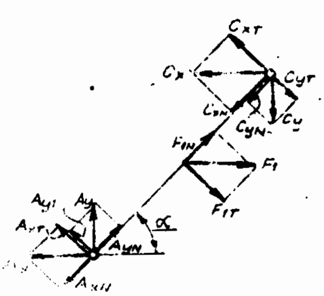


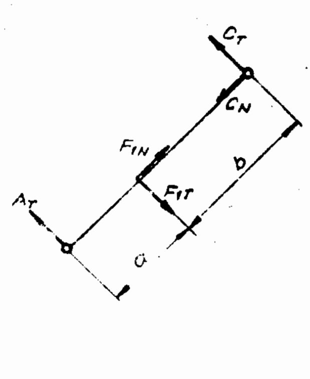
7. SIKBELI CSUKLÓS SZERKEZETEK

7.1 Példa

Állapitsuk meg a vázolt szerkezet csuklóerőit, majd rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat számitott értékek alapján!







Megoldás:

a rendszerre:

$$\curvearrowleft + \Sigma M_{/A/} = 0 = 1,5.2,5 + 3,8.5 - 5.B_y - 1\,B_x$$

melyből $B_x = 22,75 - 5.B_y$

a C–B tartóra:

$$\curvearrowleft + \Sigma M_{/C/} = 0 = 0,8.5 + 3.B_x - 2.B_y$$

a két egyenletből:

$$0 = 4 + 3./22,75 - 5.B_y/ - 2.B_y$$

igy $B_y = \dfrac{4 + 3.22,75}{17} = 4,25$ kN↑

és $B_x = 22,75 - 5.4,25 = 1,5$ kN←

a rendszerre:

$+\uparrow \Sigma Y = 0 = A_y - 5 + 4,25$ $\qquad A_y = 0,75$ kN↑

$\pm \Sigma X = 0 = -A_x + 2,5 - 1,5$ $\qquad A_x = 1,0$ kN←

A–C tartó

$+\uparrow \Sigma Y = 0 = 0,75 - C_y$ $\qquad C_y = 0,75$ kN↓

$\pm \Sigma X = 0 = 2,5 - 1 - C_x$ $\qquad C_x = 1,5$ kN←

az igénybevételi ábrákhoz:

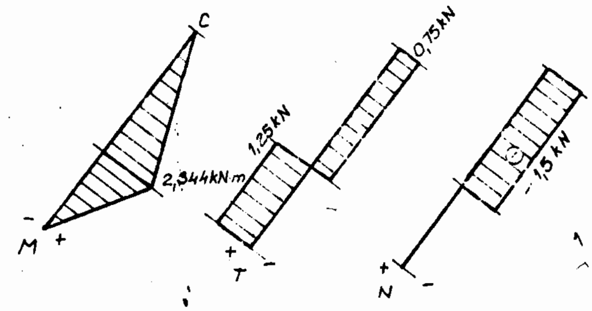
$tg\alpha = \frac{4}{3} \implies \alpha = 53,13^\circ$

$A_T = A_x.\sin\alpha + A_y.\cos\alpha = 1,25$ kN
$A_N = A_x.\cos\alpha - A_y.\sin\alpha = 0$
$F_{1T} = F_1.\sin\alpha = 2,0$ kN
$F_{1N} = F_1.\cos\alpha = 1,5$ kN
$C_T = C_x.\sin\alpha - C_y.\cos\alpha = 0,75$ kN
$C_N = C_x.\cos\alpha + C_y.\sin\alpha = 1,5$ kN

ellenőrzéshez:

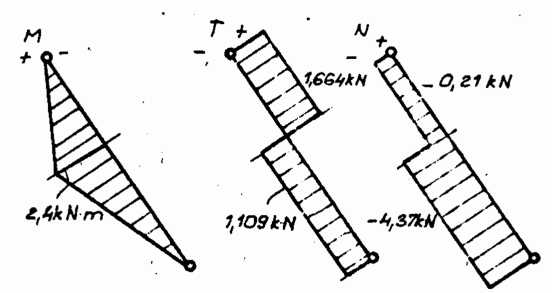
$T = 1,25 - 2 + 0,75 = 0!$
$N = 0 + 1,5 - 1,5 = 0!$

az A–C tartó igénybevételi ábrái:



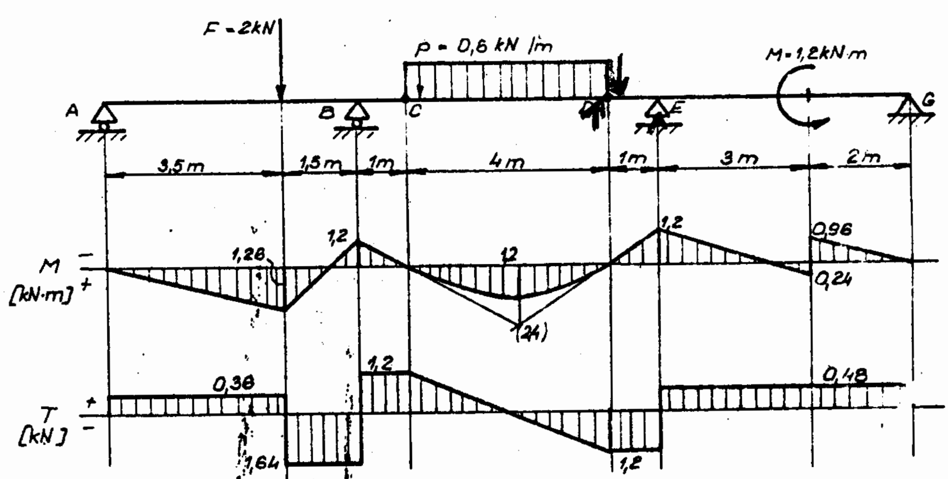
C–B tartó

Mivel a rendszerre "C" pontban külső erő nem hat; $\Sigma C = 0$, tehát C_x és C_y előjelet vált. A továbbiakban nem részletezve az igénybevételi ábrák:



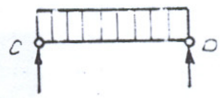
7.2 Példa

Készitsük el az alábbi Gerber-tartó igénybevételi ábráit számitott értékek alapján!



a C-D tartószakasz egyensulyából:

$C = D = \frac{4 \cdot p}{2} = \frac{4 \cdot 0,6}{2} = 1,2\ kN \uparrow$



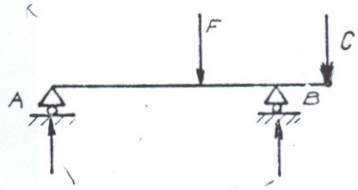
az A-B-C szakasz egyensulyából:
/ $\Sigma C = 0 \Rightarrow C$ előjelet vált /

$(\overset{\curvearrowleft}{+} \Sigma M_{/A/}$ $\quad 0 = 3,5 \cdot F - 5 \cdot B + 6 \cdot C$

$B = \frac{3,5 \cdot 2 + 6 \cdot 1,2}{5} = 2,84\ kN \uparrow$

$+\uparrow \Sigma Y \quad = 0 = A - F + B - C$

$A = 2 + 1,2 - 2,84 = 0,36\ kN \uparrow$



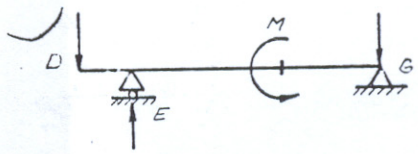
a D-E-G szakasz egyensulyából:
/ $\Sigma D = 0 \Rightarrow D$ előjelet vált /

$(\overset{\curvearrowleft}{+} \Sigma M_{/G/} = 0 = -6 \cdot D + 5 \cdot E - M$

$E = \frac{6 \cdot 1,2 + 1,2}{5} = 1,68\ kN \uparrow$

$+\uparrow \Sigma Y \quad = 0 = -D + E - G$

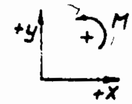
$G = 1,68 - 1,2 = 0,48\ kN \downarrow$



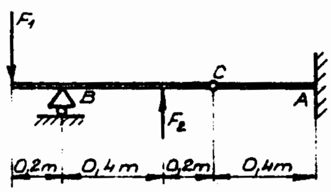
A reakcióerők ismeretében az igénybevételi ábrák akár szakaszosan, akár folyamatosan megrajzolhatók. / Az előző oldalon. /
A "C" és "D" pntokban: "M" ábrában a metszék 0 - nyomatékot a csukló nem tud átadni -
"T" ábrában a metszék megegyezik a meghatározott belső erő "y" irányu összetevőjével.
"N" ábra végig 0, C_x és D_x is 0.

7.1 Feladat

A következő feladatokban határozza meg a reakcióerőket, ill. reakciónyomatékokat, a belső csuklók erőit, valamint számszerű értékek feltüntetésével rajzolja meg az igénybevételi ábrakat minden tartószakaszra és rudra. A feladatokról közölt eredményekben a reakcióknál a következő koordináta rendszert vettük alapul:

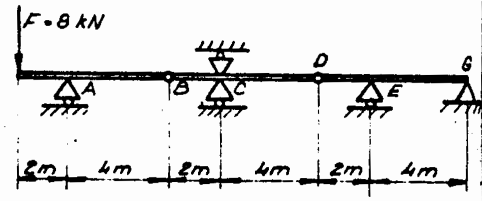


7.1.1

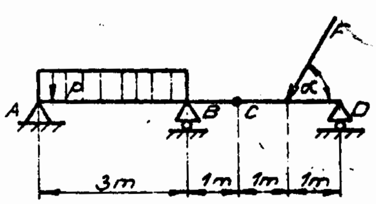


$F_1 = 1\,kN$ $F_2 = 2\,kN$

7.1.2

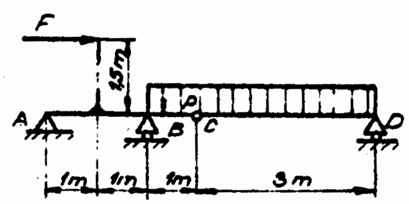


7.1.3



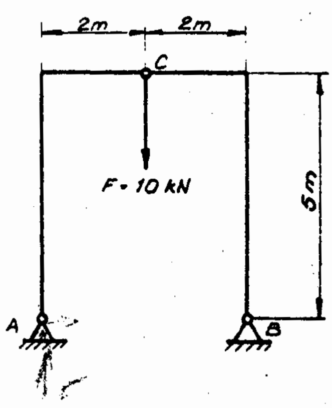
$F = 3\,kN$ $\alpha = 60°$
$p = 1\,kN/m$

7.1.4

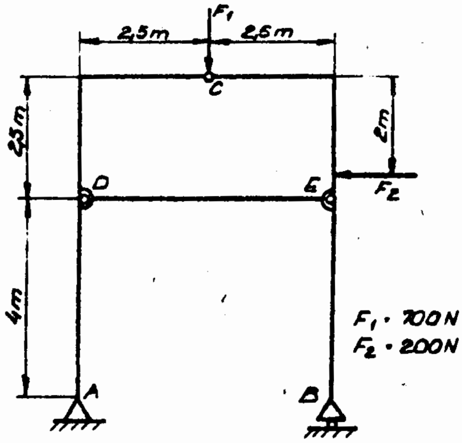


$F = 4\,kN$ $p = 1{,}5\,kN/m$

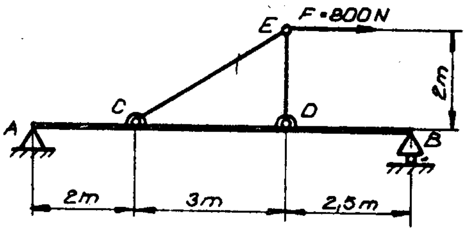
7.1.5



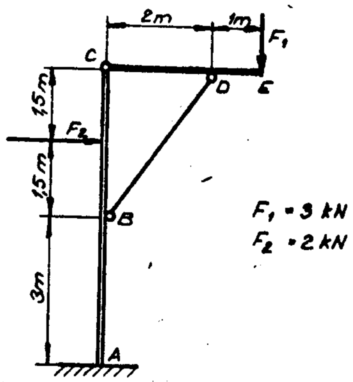
7.1.6



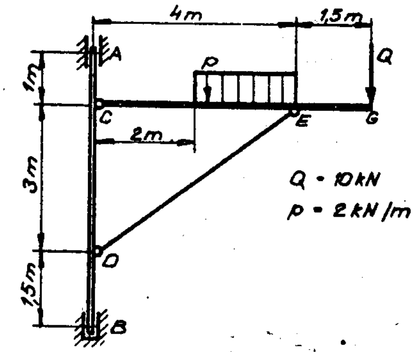
7.1.7



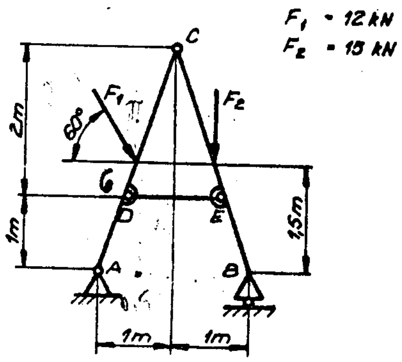
7.1.8



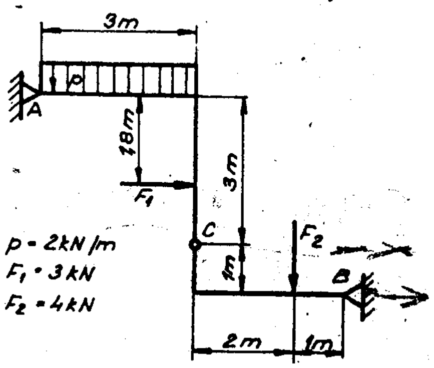
7.1.9



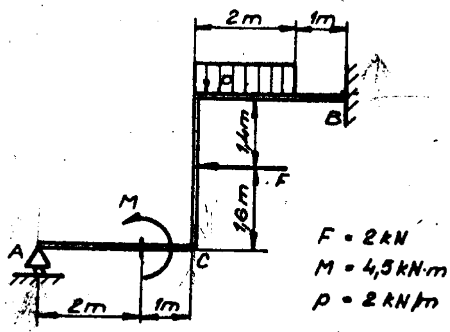
7.1.10



7.1.11



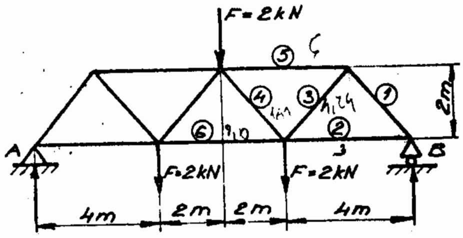
7.1.12



8. RÁCSOS TARTÓK

8.1 Példa

Számítsuk ki az alábbi rácsos tartó jelölt ruderőit!

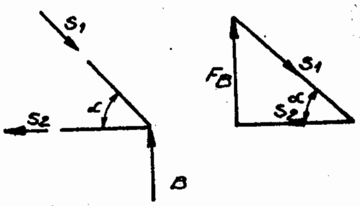


Megoldás:

reakciók:

$\curvearrowleft + \Sigma M_{/A/} = 0 = 2.4 + 2.6 + 2.8 - B.12 \Rightarrow$
$\Rightarrow B = 3 \text{ kN}\uparrow$

$+\uparrow \Sigma Y = 0 = A - 2 - 2 - 2 + 3 \Rightarrow$
$\Rightarrow A = 3 \text{ kN}\uparrow$



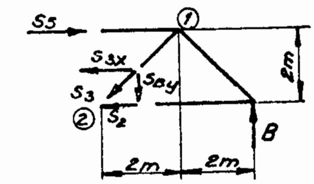
B csomópont:

$+\uparrow \Sigma Y = 0 = B - S_{1y} \Rightarrow S_{1y} = 3{,}0$ kN

$tg\,\alpha = \frac{S_{1y}}{S_{1x}} = 1 \Rightarrow S_{1x} = 3{,}0$ kN

$S_1 = \sqrt{S_{1x}^2 + S_{1y}^2}$ $S_1 = 4{,}24$ kN /-,nyom

$\underrightarrow{+} \Sigma X = 0 = S_{1x} - S_2 \Rightarrow S_2 = 3{,}0$ kN /huzott/



2 - 3 - 5 átmetszés:

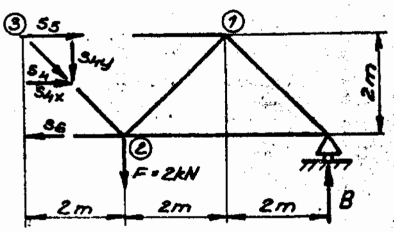
$\curvearrowleft + \Sigma M_{(1)} = 0 = B.2 - S_2.2 \Rightarrow S_2 = 3{,}0$ kN /már is

$\curvearrowleft + \Sigma M_{(2)} = 0 = B.4 - S_5.2 \Rightarrow S_5 = 6{,}0$ kN /-,nyom

$+\uparrow \Sigma Y = 0 = B - S_{3y} \Rightarrow S_{3y} = 3{,}0$ kN

$\underrightarrow{+} \Sigma X = 0 = S_5 - S_2 - S_{3x} \Rightarrow S_{3x} = 3{,}0$ kN

$S_3 = \sqrt{S_{3x}^2 + S_{3y}^2}$ $S_3 = 4{,}24$ kN /huzott/



5 - 4 - 6 átmetszés:

$\curvearrowleft + \Sigma M_{(3)} = 0 = B.6 - F.2 - S_6.2 \Rightarrow$
$\Rightarrow S_6 = 7{,}0$ kN /huzott/

$+\uparrow \Sigma Y = 0 = - S_{4y} - F + B \Rightarrow S_{4y} = 1{,}0$ kN

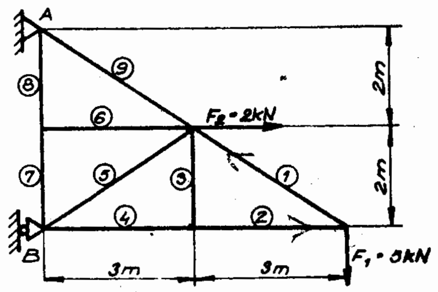
$\underrightarrow{+} \Sigma X = 0 = S_5 - S_6 + S_{4x} \Rightarrow S_{4x} = 1{,}0$ kN

$S_4 = \sqrt{S_{4x}^2 + S_{4y}^2}$ $S_4 = 1{,}41$ kN /-,nyomot

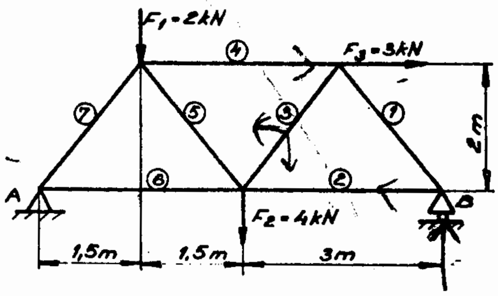
8.1 Feladat

Állapitsa meg az alábbi rácsos tartók rudsrőit!

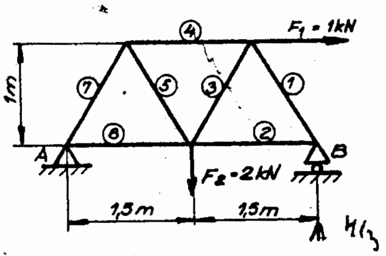
8.1.1



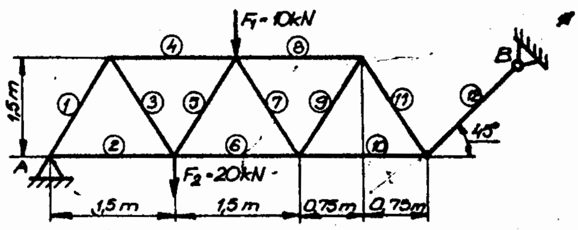
8.1.2



8.1.3



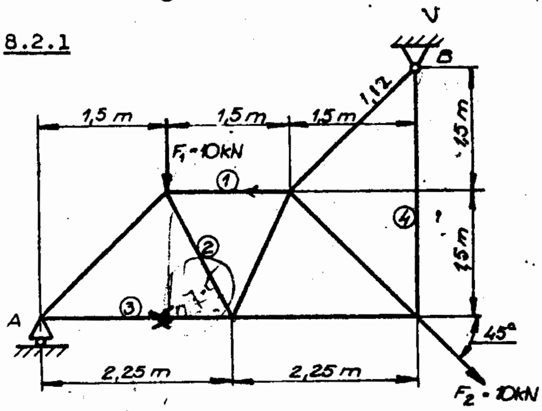
8.1.4



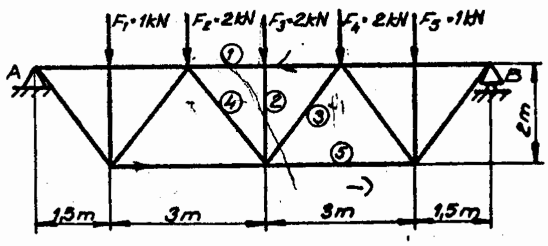
8.2 Feladat

Határozza meg a vázolt rácsos tartók jelzett rudjaiban ébredő erőket!

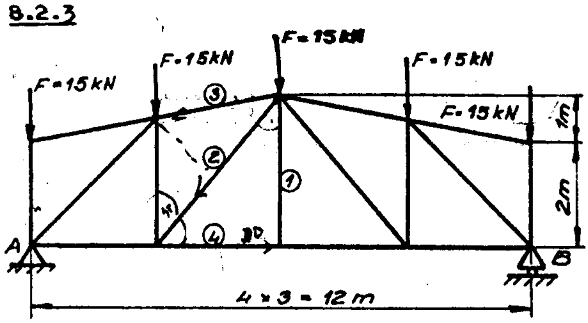
8.2.1



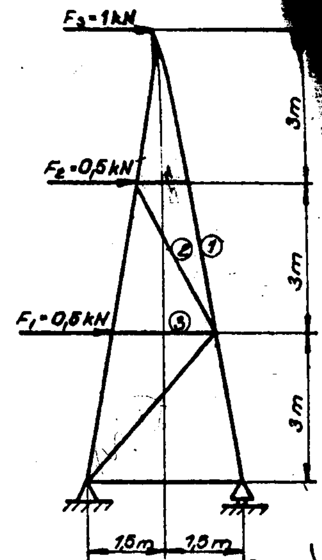
8.2.2



8.2.3


F=15kN
F=15kN
F=15kN
F=15kN
F=15kN
1m
2m
A
B
4 × 3 = 12 m

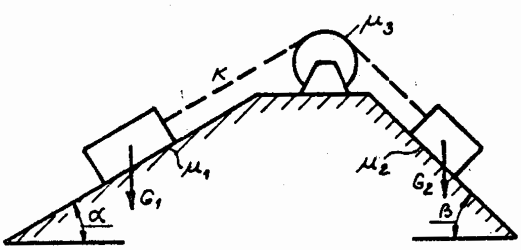
8.2.4


F₃=1kN
F₂=0,5kN
F₁=0,5kN
3m
3m
3m
1,5m
1,5m

9. SURLÓDÁS

9.1 Példa

Az ábrán két különböző sulyu, különböző érdességü lejtőn elhelyezkedő test és őket összekötő sulytalan kötél alkot közös rendszert. A kötél surlódik a rögzitett - nem forgó - kötélterelő dobon. Állapitsuk meg; G_2 milyen értékek között változhat, hogy a rendszer egyensulyban legyen.



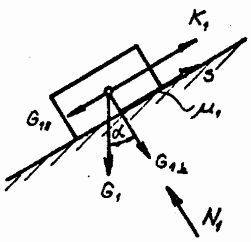
adatok: $G_1 = 200$ N $\quad \mu_1 = 0{,}2$

$\alpha = 30^\circ \quad \mu_2 = 0{,}3$

$\beta = 45^\circ \quad \mu_3 = 0{,}4$

Megoldás:

$G_{2\,min}$ esetében a rendszer a balra mozdulás határesetében:



"G_1'' - nél a lejtőirányu vetületi egyenlet:

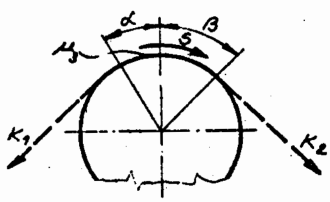
$G_{1\parallel} = K_1 + S$

ahol: $G_{1\parallel} = G_1 \cdot \sin\alpha$

$S = \mu_1 \cdot N = \mu_1 \cdot G_{1\perp} = \mu_1 \cdot G_1 \cdot \cos\alpha$

behelyettesitve és rendezve:

$K_1 = G_1 \cdot /\sin\alpha - \mu_1 \cdot \cos\alpha/$



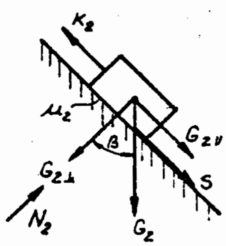
a kötéldobon:

$K_1 = K_2 + S$, azaz:

$$K_2 = \frac{K_1}{e^{\mu_3 \cdot /\alpha + \beta/}}$$

az előző egyenlettel:

$$K_2 = G_1 \cdot \frac{\sin\alpha - \mu_1 \cdot \cos\alpha}{e^{\mu_3 \cdot /\alpha + \beta/}}$$



"G_2'' - nél a vetületi egyenlet lejtőirányban:

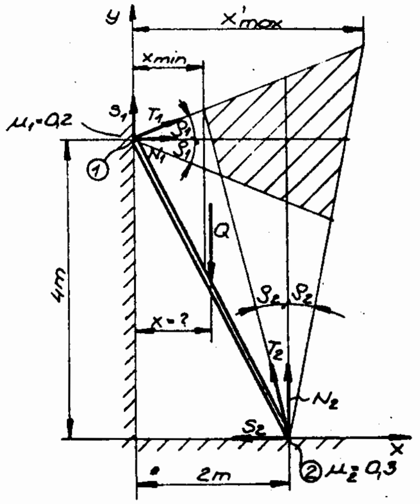
$G_{2\parallel} = K_2 - S$

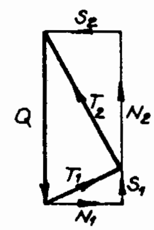
ahol: $G_{2\parallel} = G_2 \cdot \sin\beta$

$S = \mu_2 \cdot N = \mu_2 \cdot G_{2\perp} = \mu_2 \cdot G_2 \cdot \cos\beta$

9.2 Példa

Érdes függőleges falhoz és talajhoz gerendát támasztunk. Milyen "x" határok között mozoghat "Q" függőleges erő, hogy a gerenda nyugalomban maradjon.





Megoldás:

Egyensuly akkor állhat fenn, ha "Q" hatásvonala átmegy a vonalkázott területen. / 3 erő egyensulya /, ahol:

$\rho_1 = \text{arc tg}\,\mu_1$ és $\rho_2 = \text{arc tg}\,\mu_2$

Léptékhelyesen rajzolva az ábrából x_{min} értéke lemérhető.

$x_{max} = 2$ m, mert ennél nagyobb távolság esetén (1) pontban huzóerőnek kellene fellépnie. / Rajzoljon vektorábrát! /

Számitással:

a felirható egyensulyi egyenletek:

$$\curvearrowleft\!+\ \Sigma M_{(1)} = 0 = Q \cdot x_{min} - 2 \cdot N_2 + 4 \cdot S_2$$

$$\Sigma Y = 0 = S_1 - Q + N_2$$

$$\Sigma X = 0 = N_1 - S_2$$

továbbá:

$$S_1 = \mu_1 \cdot N_1$$

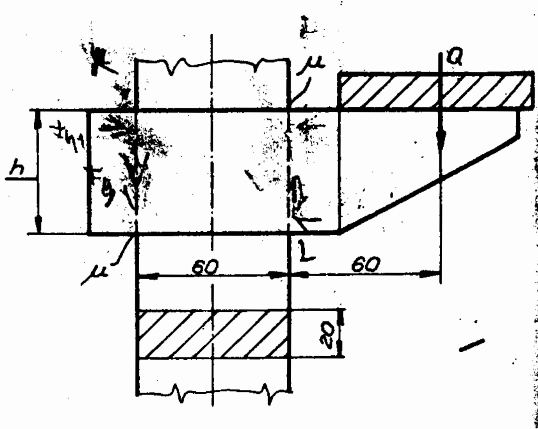
$$S_2 = \mu_2 \cdot N_2$$

az egyenletrendszert megoldva:

$$x_{min} = \frac{2 - 4 \cdot \mu_2}{\mu_1 \cdot \mu_2 + 1} = \frac{2 - 4 \cdot 0{,}3}{0{,}2 \cdot 0{,}3 + 1} = \underline{0{,}757 \text{ m}}$$

9.8 Feladat

Az ábrán látható egy deszkára huzott polctartó. Állapitsa meg, hogy "h" méret mennyiben befolyásolja a szerkezet egyensulyát, ha a tartódeszka és a polctartó között a surlódási tényező: $\mu = 0{,}2$

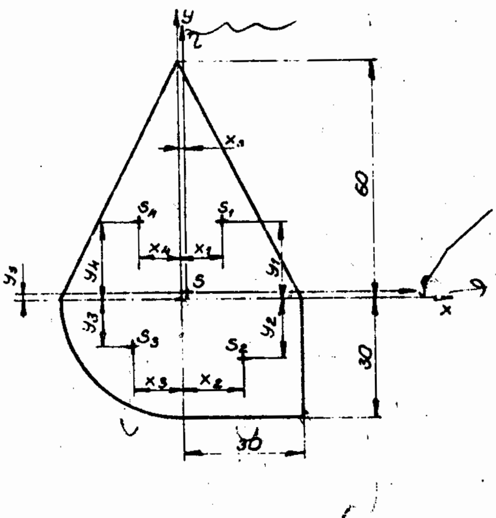


S Z I L Á R D S Á G T A N

10. SULYPONT, MÁSODRENDÜ NYOMATÉK

10.1 Példa

Számitsuk ki az összetett sikidom sulyponti koordinátáit, majd a sulyponti tengelyekre a másodrendü nyomatékokat.



Megoldás:

/ a számitásokat cm-ben végezzük el – kisebb számokkal kell dolgoznunk –, az eredményeket ajánlott "SI" egységekben is megadjuk./

rész sulyponti koordináták:

$x_1 = 1{,}0$ cm $\qquad y_1 = 2{,}0$ cm

$x_2 = 1{,}5$ cm $\qquad y_2 = 1{,}5$ cm

$x_3 = \frac{4.R}{3.\pi} = \frac{4.30}{3.\pi} = 1{,}273$ cm $\qquad y_3 = 1{,}273$ cm

$x_4 = 1{,}0$ cm $\qquad y_4 = 2{,}0$ cm

részterületek:

$A_1 = \frac{6.3}{2} = 9$ cm²

$A_2 = 3.3 = 9$ cm²

$A_3 = \frac{3^2.\pi}{4} = 7$ cm²

$A_4 = 9$ cm²

sulyponti koordináták:

$$x_s = \frac{\Sigma S_y}{\Sigma A} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot /-x_3/ + A_4 \cdot /-x_4/}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = \frac{9.1 + 9.1{,}5 + 7./-1{,}273/ + 9./-1/}{9 + 9 + 7 + 9} = 0{,}14 \text{ cm}$$

$x_s = \underline{1{,}4 \text{ mm}}$

a jelölések helyett közvetlenül számokkal:

$$y_s = \frac{9.2 + 9./-1{,}5/ + 7./-1{,}273/ + 9.2}{9 + 9 + 7 + 9} = 0{,}4 \text{ cm} \qquad y_s = \underline{4 \text{ mm}}$$

a másodrendü nyomatékok:

$$I_\xi = /\,I_{s_1} + A_1 \cdot t_1^2/ + /I_{s_2} + A_2 \cdot t_2^2/ + /I_{s_3} - A_3 \cdot y_3^2 + A_3 \cdot t_3^2/ + /I_{s_4} + A_4 \cdot t_4^2/$$

ahol: $t_1 = y_1 - y_s$; $t_2 = y_2 + y_s$; $t_3 = y_3 + y_s$; $t_4 = y_4 - y_s$

$$I_\xi = \frac{3.6^3}{36} + 9./2-0{,}4/^2 + \frac{3.3^3}{12} + 9./1{,}5+0{,}4/^2 + \frac{6^4.\pi}{256} - 7.1{,}273^2 + 7./1{,}273+0{,}4/^2 +$$

$$+ \frac{3.6^3}{36} + 9./2-0{,}4/^2 = 146 \text{ cm}^4 \qquad I_\xi = \underline{146.10^{-8} \text{ m}^4}$$

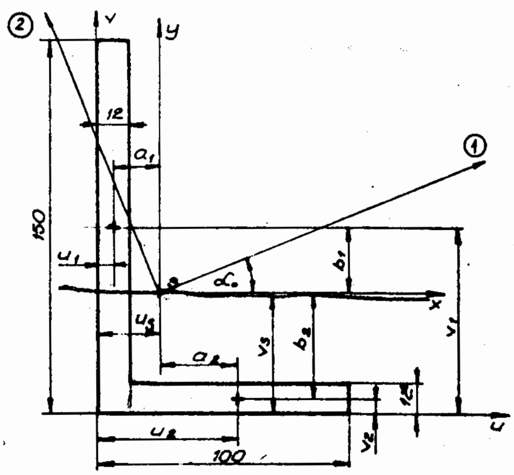
a jelölések helyett közvetlenül számokkal:

$$I_\eta = \frac{6.3^3}{36} + 9./1-0,14/^2 + \frac{3.3^3}{12} + 9./1,5-0,14/^2 + \frac{6^4.\pi}{256} - 7.1,273^2 + 7./1,273+0,14/^2 +$$

$$+ \frac{6.3^3}{36} + 9./1+0,14/^2 = 69 \text{ cm}^4 \qquad I_\eta = \underline{69.10^{-8} \text{ m}^4}$$

10.2 Példa

Számitsuk ki az alábbi síkidom sulypontját, a sulyponti tengelyekre a másodrendü nyomatékokat, állapitsuk meg a főmásodrendü nyomatékokat és a főtengelyek irányát.



Megoldás:
/ számitások cm-ben /

$A_1 = 1,2.15 = 18,0$ cm²
$A_2 = 1,2.8,8 = 10,56$ cm²
$u_1 = 0,6$ cm
$u_2 = 5,6$ cm
$v_1 = 7,5$ cm
$v_2 = 0,6$ cm

A sulyponti koordináták:

$$u_s = \frac{A_1.u_1 + A_2.u_2}{A_1 + A_2} = \frac{18.0,6 + 10,56.5,6}{18 + 10,56} = 2,45 \text{ cm} = \underline{24,5 \text{ mm}}$$

$$v_s = \frac{A_1.v_1 + A_2.v_2}{A_1 + A_2} = \frac{18.7,5 + 10,56.0,6}{18 + 10,56} = 4,95 \text{ cm} = \underline{49,5 \text{ mm}}$$

Másodrendü nyomatékok a sulyponti tengelyekre:

$$I_x = \frac{1,2.15^3}{12} + 18./7,5-4,95/^2 + \frac{8,8.1,2^3}{12} + 10,56./4,95-0,6/^2 = 656 \text{ cm}^4 = \underline{656.10^{-8} \text{ m}^4}$$

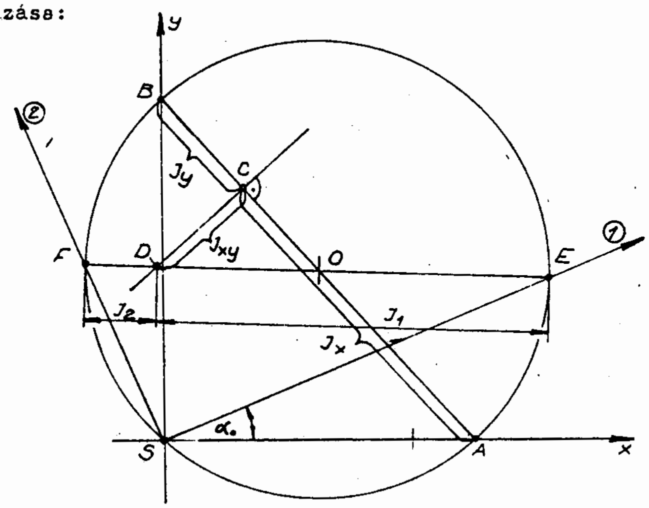
$$I_y = \frac{15.1,2^3}{12} + 18./2,45-0,6/^2 + \frac{1,2.8,8^3}{12} + 10,56./5,6-2,45/^2 = 237 \text{ cm}^4 = \underline{237.10^{-8} \text{ m}^4}$$

$$I_{xy} = A_1.a_1.b_1 + A_2.a_2.b_2$$ ahol: $a_1 = -1,85$ cm, $b_1 = 2,55$ cm; $a_2 = 3,15$ cm, $b_2 = -4,35$ cm

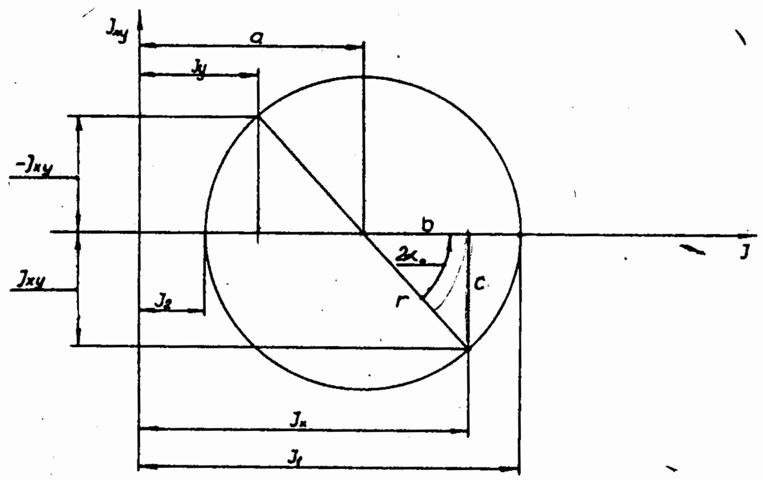
$$I_{xy} = 18./-1,85/.2,55 + 10,56.3,15./-4,35/ = -230 \text{ cm}^4 = \underline{-230.10^{-8} \text{ m}^4}$$

A főtengelyek és fömásodrendü nyomatékok szerkesztése: / 1 mm $\doteq 10^{-7}$ m^4 /

- Mohr-Land kör alkalmazása:



- Mohr körrel:



A főtengelyek és fömásodrendü nyomatékok számitása: / az összefüggések a Mohr körből is leolvashatók, ahol I_x-hez előjelhelyes I_{xy} tartozik./

$I_1 = a + r$ ahol: $a = \frac{I_x + I_y}{2}$ $b = \frac{I_x - I_y}{2}$

$I_2 = a - r$

$\mathrm{tg}\, 2\alpha_o = \frac{c}{b}$ $c = I_{xy}$ $r = \sqrt{b^2 + c^2}$

- behelyettesitve:

$$I_1 = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}\ ; \quad I_2 = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}\ ; \quad \mathrm{tg}\, 2\alpha_o = \frac{-2 . I_{xy}}{I_x - I_y}$$

- számszerü értékekkel:

a főmásodrendü nyomatékok:

$$I_{1,2} = \frac{656 + 237}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{656 - 237}{2}\right)^2 + 230^2} = 446 \pm 311$$

$I_1 = 757\ cm^4 = \underline{757.10^{-8}\ m^4}$ $\qquad$ $I_2 = 135\ cm^4 = \underline{135.10^{-8}\ m^4}$

a főtengelyek iránya:

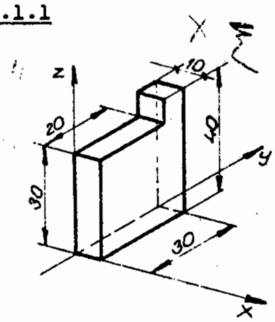
$tg\ 2\alpha_o = \frac{2.230}{656 - 237} = 1{,}096$ $\qquad$ $2\alpha_o = 47{,}62^o$ $\qquad$ $\alpha_o = 23{,}81^o$

ellenőrzés: $\qquad I_p = I_x + I_y = I_1 + I_2$ / a számitási pontatlanság figyelembe vételével /

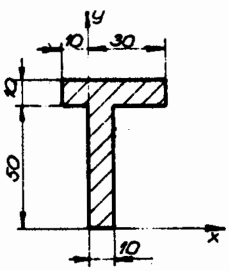
10.1 Feladat

Számitsa ki a vázolt test, sikidom, illetve vonal sulypontjának koordinátáját!

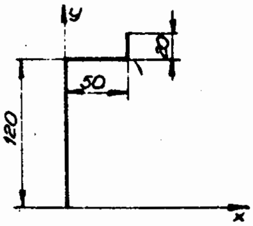
10.1.1



10.1.2

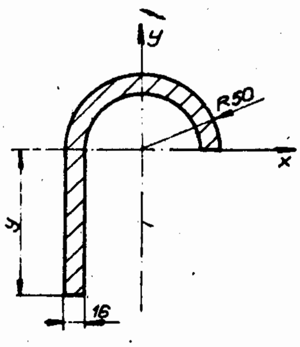


10.1.3



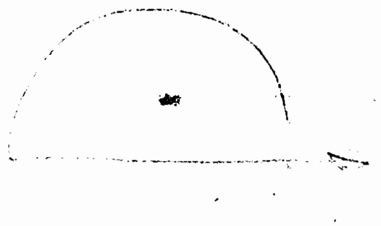
10.2 Feladat

Mekkora légyen az ábrázolt felület "y" mérete, hogy a felület sulypontja az "x" tengelyen legyen?



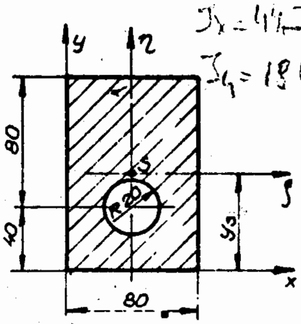
d = 2

Jx = 0,1097 cm⁴



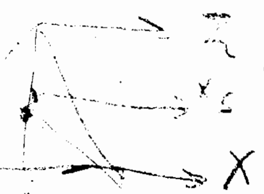
10.3 Feladat

Határozza meg az x; y és a sulyponti ξ; η tengelyekre a sikidom másodrendü nyomatékait!



Jx = 4423 cm⁴

Jη = 1862 cm⁴



y_S = 6,32 cm

Jξ = 1082 cm⁴

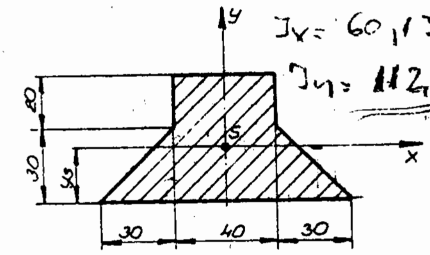
10.4 Feladat

Határozza meg a vázolt síkidomok sulyponti koordinátáit, majd a sulyponti tengelyekre a másodrendü nyomatékokat!

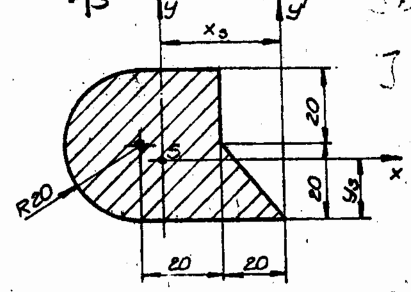
$X_s = 3{,}48$ cm $J_x = 20{,}5$ [illegible]
$Y_s = 1{,}836$ [illegible] $J_y = 77\,25$ [illegible]
$J_y = 2{,}08$ [illegible]

10.4.1

$y_s = 2{,}03$ cm
$J_x = 60{,}13$ cm^4
$J_y = 112{,}7$ cm^4

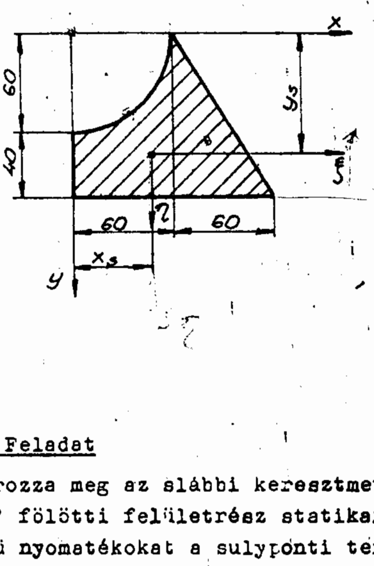


10.4.2



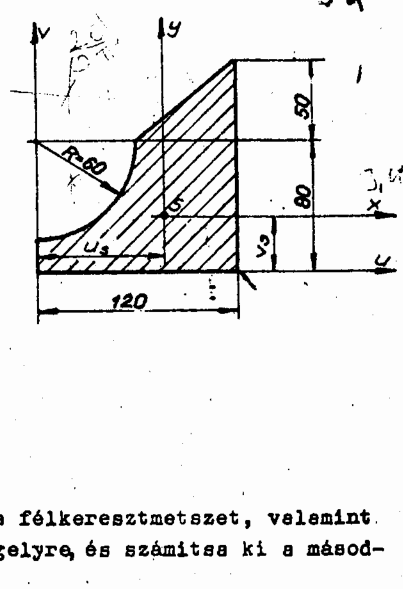
$Y_s = 5{,}6$ cm J_x 280,9 cm^4
$\eta_s = 6{,}93$ cm J_y 484 cm^4

10.4.3



$V_s = 4{,}53$
$U_s = $ [illegible]
$J_x = 571$ cm^4
$J_y = 770$

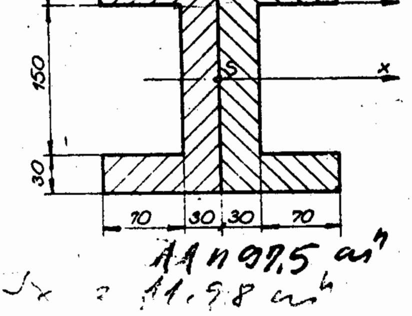
10.4.4



10.5 Feladat

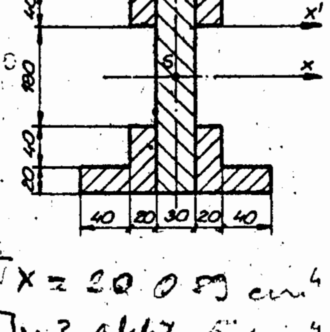
Határozza meg az alábbi keresztmetszetek sulypontját, a félkeresztmetszet, valamint az x' fölötti felületrész statikai nyomatékát az x tengelyre, és számitsa ki a másodrendü nyomatékokat a sulyponti tengelyekre!

10.5.1



$11\,697{,}5$ cm^4
$J_x = 11{,}98$ cm^4
$J_y = 4\,2\,60$ cm^4 ✓
$M_{Sx} = 702{,}5$ cm^3
$M_{Sx'} = 540$ cm^3

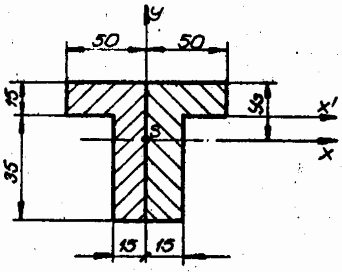
10.5.2



$J_x = 20\,059$ cm^4
$J_y = 1447{,}5$ cm^4
$S_x = 850$ cm^3
$M_{Sx'} = 720$ cm^3

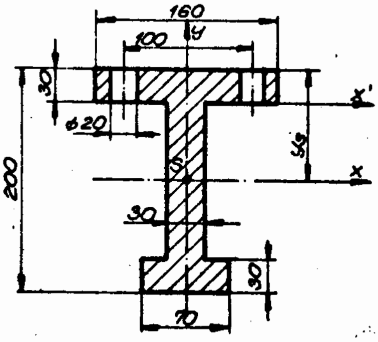
$y_s = 1,78$ cm
$M_{sx} = 15,52$ cm³
$M_{sx'} = 15,4$ cm³
$J_{x'} = 57,05$ cm⁴
$J_y = 127,7$ cm⁴

10.5.3



$y_s = 8,7$ cm
$M_{sx} = 208$ cm³
$M_{sx'} = 259,2$
$J_x = 4683$ cm⁴
$J_y = 2...$ cm⁴

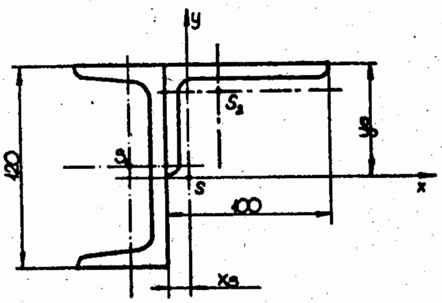
10.5.4



J_{xy} ...

10.6 Feladat

Számitsa ki a sulyponti tengelyekre a másodrendü nyomatékokat, valamint a sulyponti tengelykeresztre a centrifugális másodrendü nyomaték értékét is.



az összeépitett idomacélok:

U 120 MSZ 326
L 65×100×7 MSZ 329

a szükséges keresztmetszeti jellemzőket a táblázatokból keresse ki.

10.7 Feladat

Határozza meg az előző, 10.6-os feladatban megadott keresztmetszet főtengelyeinek irányát és a főmásodrendü nyomatékait.

10.8 Feladat

Oldja meg az előző feladatot szerkesztéssel, Mohr- és Mohr-Land kör alkalmazásával egyaránt.

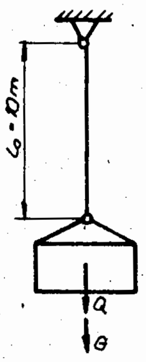
11. HUZÁS, NYOMÁS, TISZTA NYIRÁS

11.1 Példa

Elhanyagolható sulyu $l_o = 10$ m hosszuságu drótkötélre $Q = 9$ kN sulyu kast akasztunk. A drótkötél 50 db $d = 1,5$ mm átmérőjü drótszálból készül, melynek rugalmassági modulusa $E = 150$ GPa

Mekkora lesz a kötél megnyulása a ráakasztott kas hatására?

A kasba ezután még $G = 15$ kN sulyu terhet teszünk. Mekkora lesz ebben az esetben a megnyulás és a kötélben ébredő feszültség?



Megoldás:

a kötél megnyulása a kas hatására:

$$\lambda_1 = \frac{Q.l_o}{A.E} \qquad \text{ahol:} \quad A = n.\frac{d^2.\pi}{4} = 50.\frac{1,5^2.\pi}{4} = 88,4 \text{ mm}^2$$

$$\lambda_1 = \frac{9.10^3 . 10}{88,4.10^{-6} . 150.10^9} = 6,8.10^{-3} \text{ m} = 6,8 \text{ mm}$$

a kötél megnyulása terhelés hatására:

$$\lambda_2 = \frac{(Q+G).l_o}{A.E} = \frac{(9+15).10^3 . 10}{88,4.10^{-6} . 150.10^9} = 18,1.10^{-3} \text{ m} = 18,1 \text{ mm}$$

a feszültség teljes terheléskor:

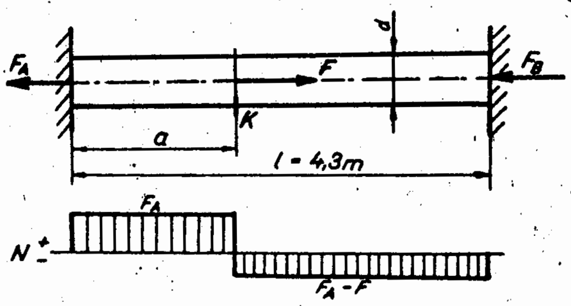
$$\sigma = \frac{Q+G}{A} = \frac{(9+15).10^3}{88,4} = 272 \text{ N/mm}^2 = 272 \text{ MPa}$$

11.2 Példa

Két végén befogott, $d = 18$ mm átmérőjü, körkeresztmetszetü rudnak az egyik befogástól $a = 1,8$ m távolságban levő K keresztmetszetét $F = 8$ kN nagyságu rudirányu erő terheli. Határozzuk meg a reakcióerők nagyságát, valamint a K kereszmetszet elmozdulását! $E = 70$ GPa

Megoldás:

Mivel a két fal végtelenül merevnek tekinthető, azaz a rud végső keresztmetszetei nem mozdulhatnak el, a rud teljes deformációja 0.



$$\lambda = \frac{F_A.a}{A.E} + \frac{(F_A - F).(l-a)}{A.E} = 0$$

rendezve, F_B-re: $/F-F_A=F_B/$

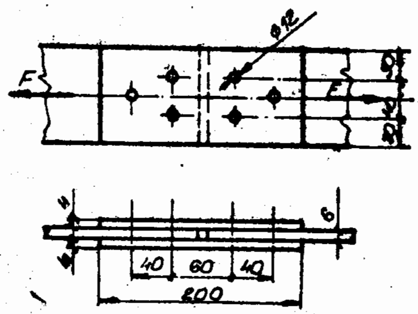
$F_B = F.\frac{a}{l} = 8.\frac{1,8}{4,3} = 3,35$ kN és $F_A = F - F_B = 8 - 3,35 = 4,65$ kN

a K keresztmetszet elmozdulása a bal oldal megnyulásából:

$$\lambda_K = \frac{F_A.a}{A.E} = \frac{4,65.10^3 \cdot 1,8}{\frac{/1,8.10^{-2}/^2.\pi}{4} \cdot 70.10^9} = 4,7.10^{-4}\ m = 0,47\ mm$$

11.3 Példa

Határozzuk meg a vázolt szegecskötés maximális teherbírását! / $\tau_{meg} = 95$ MPa /



Megoldás:

A terhelést 3 db kétszeres nyírású szegecs veszi fel, így:

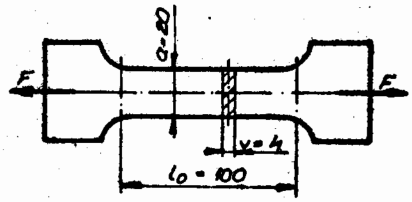
$\tau = \frac{F}{n.k.A}$ ahol: $n = 3$ - az együtt dolgozó szegecsek száma

$k = 2$ - egy szegecs nyírt keresztmetszeteinek száma

rendezve:

$$F = n.k.A.\tau_{meg} = 3.2.\frac{12^2.\pi}{4}.95 = 64\ 470\ N$$

11.1 Feladat

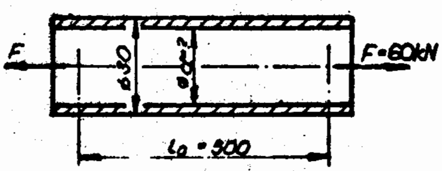


Téglalap keresztmetszetű huzott próbapálca l_o szakaszán mért megnyulás λ. Határozza meg a rud fajlagos nyulását, az ébredő feszültséget és a huzóerőt!

adatok: $\lambda = 0,09$ mm

$E = 200$ GPa

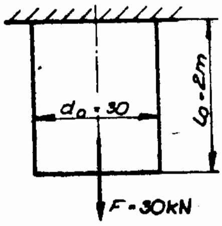
11.2 Feladat



Adott F huzóerővel terhelt acélcső l_o szakaszán λ megnyulást mértünk. Mekkora a cső belső átmérője és mekkora feszültség ébred a csőben, ha $\lambda = 0,364$ mm; $E = 210$ GPa

11.3 Feladat

Függőlegesen terhelt acélrud anyagának "m" Poisson száma adott. Határozza meg a rud megnyulását és az átmérőcsökkenés értékét!

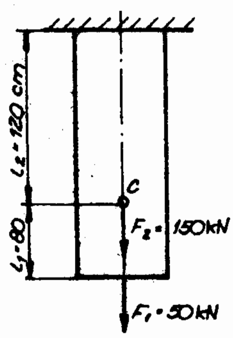


E = 210 GPa

m = 3

11.4 Feladat

A vázolt, függőlegesen befogott aluminium rud "C" jelü furatában illeszkedő csapon keresztül F_2 centrikus erő adódik a rudra. A rud véglapját egy további F_1 erővel terheljük. Mekkora az alsó, szabad rudvég elmozdulása, ha a rud önsulyát elhanyagoljuk? Rajzolja meg a rudban ébredő feszültségek változását a rud mentén, a jellemző értékek feltüntetésével!

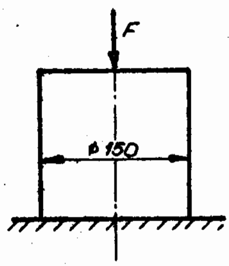


E = 70 GPa

A = 4000 mm²

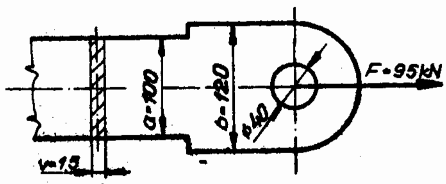
11.5 Feladat

Az ábrán vázolt rövid faoszlop anyagának megengedett nyomófeszültsége σ_{meg} = 10 MPa, a törő biztonsági tényező n_B = 2,2. Mekkora nyomóerő alatt törik el az oszlop?



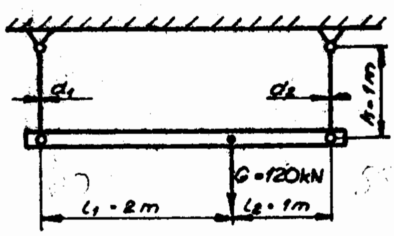
11.6 Feladat

Ellenőrizze huzásra az alábbi vonórudat, ha σ_{meg} = 125 MPa



11.7 Feladat

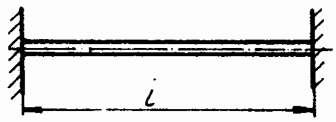
A vázolt sulytalan gerendán G sulyu teher függ. Mekkora legyen a d_2-es átmérőjü rud, hogy a gerenda vizszintes maradjon? Határozza meg a rudakban ébredő feszültségeket is!



d_1 = 30 mm, $E_1 = E_2$ = 200 GPa

11.8 Feladat

Mekkora feszültség keletkezik az ábrán látható, mindkét oldalán befalazott tartóban, ha a beépítéshez képest 20°C hőmérséklettel lehül?



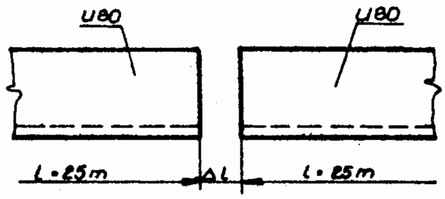
$\alpha = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ 1/C° E = 200 GPa

$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$\lambda = \alpha \cdot l \cdot \Delta t$

11.9 Feladat

Több azonos hosszuságu /l/ "U80"-as szelvényt t_1 hőmérsékleten fektetnek le Δl hézaggal. Mekkora feszültség és nyomóerő ébred e szelvényekben t_2 hőmérséklet esetén?



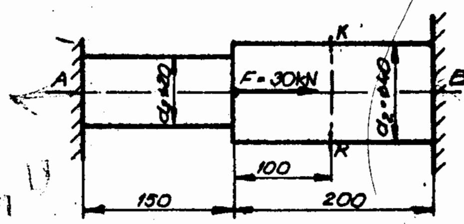
adatok: Δl = 4 mm t_1 = 10 °C

A = 1100 mm² t_2 = 50 °C

E = 200 GPa $\alpha = 1{,}15 \cdot 10^{-5}$ 1/°C

11.10 Feladat

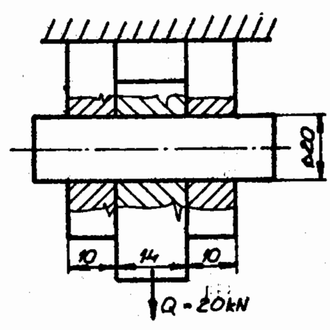
Határozza meg a vázolt tartó reakcióerőit, valamint a "K" keresztmetszet elmozdulását!



E = 200 GPa

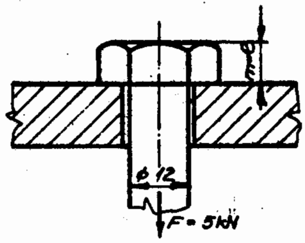
11.11 Feladat

Ellenőrizze a vázolt csapot az adott terhelésre, ha τ_{meg} = 54 MPa



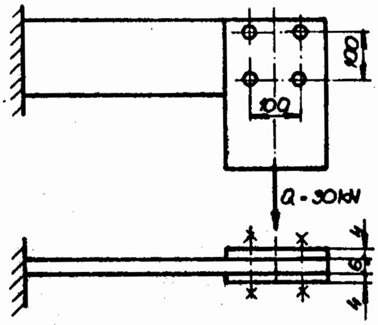
11.12 Feladat

Mekkora feszültség ébred a látható csavarfejben, adott F terhelésnél?



11.13 Feladat

Határozza meg a szegecsekben ébredő maximális feszültséget, ha a szegecsek átmérője: d = 8 mm



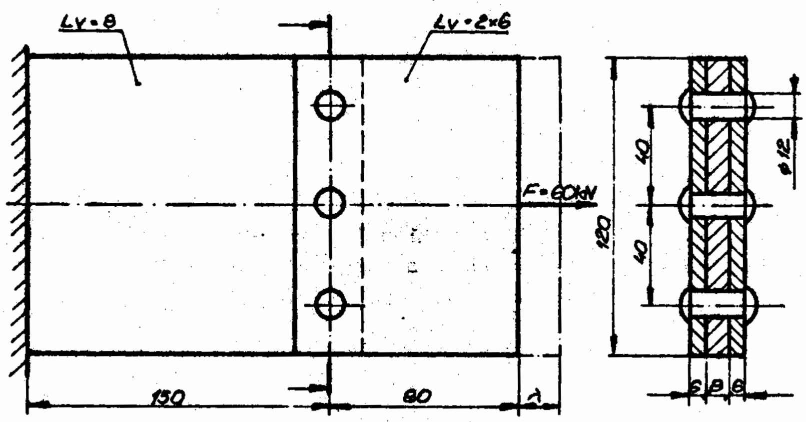
11.14 Feladat

Ellenőrizze az ábrán látható kapcsolatban a szegecseket, az alapanyagot, és határozza meg a megnyulást. / A megnyulás számitásánál tekintsen el a keresztmetszet-gyengitéstől, valamint a szegecsek alakváltozásától. /

adatok: - a szegecsre: $\tau_{meg} = 140$ MPa

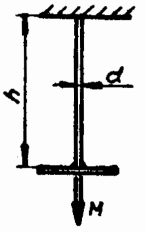
- az alapanyagra: $\sigma_{meg} = 120$ MPa

$E = 200$ GPa



12. CSAVARÁS

12.1 Példa



A d = 3 mm átmérőjü, h = 3 m hosszu acél drótszál felső végét befogjuk, alsó végéhez pedig sulytalannak tekinthető tárcsát erősitünk vizszintes helyzetben. A tárcsát M nyomaték segitségével eredeti helyzetéből 90^o-al elforgatjuk. Mekkora a szükséges nyomaték és mekkora feszültség ébred a drótszálban? / G = 80 GPa /

Megoldás:

$$\varphi = \frac{M.h}{I_p.G} = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow M = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot I_p \cdot G}{h} \quad \text{ahol:} \quad I_p = \frac{d^4.\pi}{32} = \frac{3^4.\pi}{32} = 7{,}95 \text{ mm}^4 = 7{,}95.10^{-12}$$

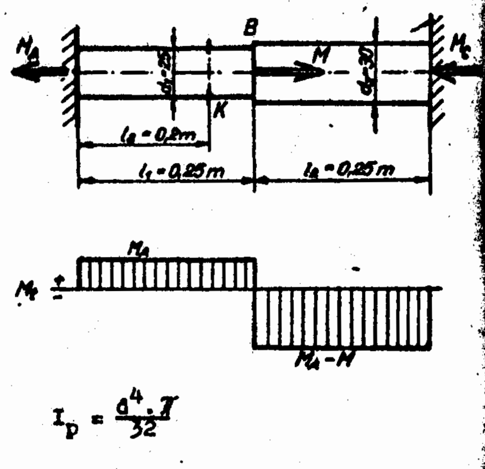
számszerüen a szükséges nyomaték:

$$M = \frac{7{,}95.10^{-12} \cdot 80.10^9 \cdot \pi}{3 \cdot 2} = 0{,}333 \text{ N.m}$$

a feszültség:

$$\tau_{max} = \frac{M}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{333}{7{,}95} \cdot \frac{3}{2} = 62{,}8 \text{ N/mm}^2 = 62{,}8 \text{ MPa}$$

12.2 Példa



Az egy darabból készült, két végén befalazott tartó "B" keresztmetszetében M = 300 N.m nagyságu csavarónyomaték müködik. Mekkorák a reakciónyomatékok és mekkora a "K" keresztmetszetben a feszültség és a szögelfordulás? / G = 80 GPa /

Megoldás:

Mivel a tartó mindkét vége rögzitett, a teljes szögelfordulás 0.

$$\varphi = \frac{M_A.l_1}{I_{p1}.G} + \frac{/M_A-M/.l_2}{I_{p2}.G} = 0 \qquad \text{ahol:} \quad l_1 = l_2 \quad \text{és} \quad I_p = \frac{d^4.\pi}{32}$$

behelyettesitve, és M_C-re rendezve: $/M-M_A=M_C/$

$$M_C = \frac{M}{\left|\frac{d_1}{d_2}\right|^4 + 1} = \frac{300}{\left|\frac{25}{30}\right|^4 + 1} = 203 \text{ N.m} \qquad M_A = M - M_C = 300 - 203 = 97 \text{ N.m}$$

feszültség a "K" keresztmetszetben:

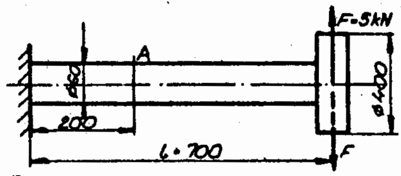
$$\tau_K = \frac{M_A}{I_{p1}} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{97.10^3}{\frac{25^4.\pi}{32}} \cdot \frac{25}{2} = 31{,}7 \text{ N/mm}^2 = 31{,}7 \text{ MPa}$$

a "K" keresztmetszet szögelfordulása:

Mh=

$$\varphi_K = \frac{M_A \cdot l_3}{I_{pl} \cdot G} = \frac{97{,}10^3 \cdot 200}{\frac{25^4 \cdot \pi}{32} \cdot 8.10^6} = 6{,}32.10^{-5} \text{ rad}$$

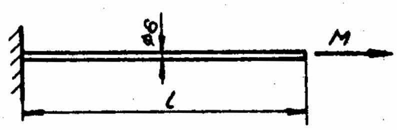
12.1 Feladat



A befalazott tartó végéhez mereven rögzített tárcsa kerületén F-F erőpár müködik. Ellenőrizze a tartót tiszta csavarásra! Számitsa ki a rud kerületén levő pontok A síkban történő ΔS elmozdulását!

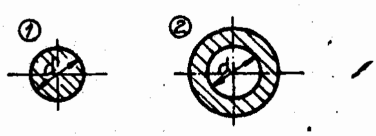
τ_{meg} = 60 MPa G = 81 GPa

12.2 Feladat



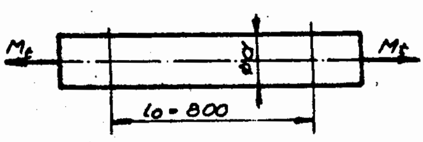
Kör keresztmetszetü acélhuzalt M nyomatékkal csavarásra terhelünk. Mekkora l hosszuságu huzalt lehet egy teljes fordulattal megcsavarni, hogy benne a feszültség: τ= 250 MPa legyen? / G = 82 GPa /

12.3 Feladat



Két azonos keresztmetszetü, azonos anyagu rudat és csövet M_1 és M_2 maximális csavarónyomaték terhelhet. Határozza meg ezeket az értékeket, ha: τ_{meg} = 70 MPa; d = 30 mm

12.4 Feladat

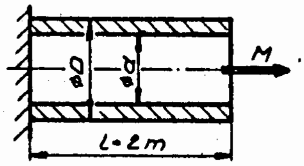


Állandó n fordulatszámmal forgó tengely P teljesitményt visz át. Méretezze a tengelyt τ_{meg} ismeretében és számitsa ki az l_o szakaszon fellépő elcsavarodási szöget!

adatok: τ_{meg} = 50 MPa P = 25 kW
G = 81 GPa n = 15 1/s

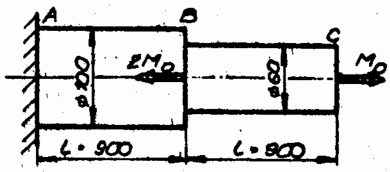
12.5 Feladat

A vázolt csövet $M = 2$ kN.m nyomaték csavarásra veszi igénybe. Határozza meg a cső átmérőit / $D = 2.d$ / ugy, hogy a fellépő legnagyobb feszültség $\tau_{max} = 35$ MPa, a rud végének szögelfordulása pedig $\varphi = 1^\circ$ legyen. / $G = 80$ GPa /



12.6 Feladat

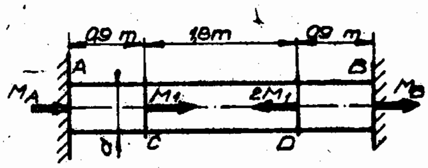
Az egy darabból készült, egyik végén befogott rud C keresztmetszetét M_o, B keresztmetszetét pedig ellentétes értelmü $2.M_o$ csavarónyomaték terheli. Mekkora az M_o nyomaték, ha a C keresztmetszet $\varphi_c = 1^\circ 50'$ szöggel fordul el.
/ $G = 80$ GPa /



12.7 Feladat

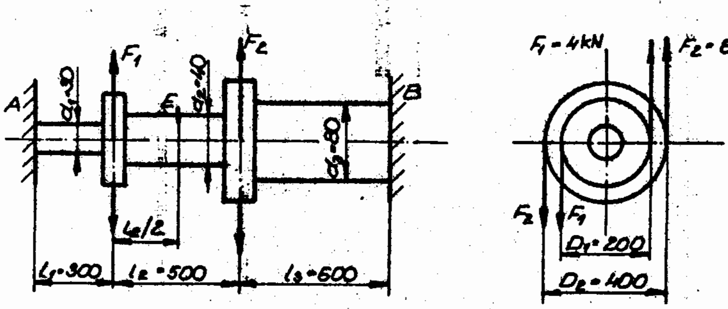
Az A és B végein befogott $d = 200$ mm átmérőjü hengeres rudat C és D keresztmetszetében két ellentétesen forgató erőpár terheli. Határozza meg a rudban ébredő legnagyobb feszültséget és a C; D keresztmetszetek szögelfordulását!

$G = 80$ GPa
$M_1 = 120$ kN.m



12.8 Feladat

Számitsa ki az alábbi ábrán látható tartó E keresztmetszetében a maximális feszültséget és a φ_E szögelfordulást! / $G = 81$ GPa /



13. KIHAJLÁS

13.1 Példa

A vázolt tartót az F erő centrikusan nyomásra terheli. Határozzuk meg, megfelel-e a tartó, ha a szükséges biztonsági tényező kihajlásra: $n_{sz} = 6$

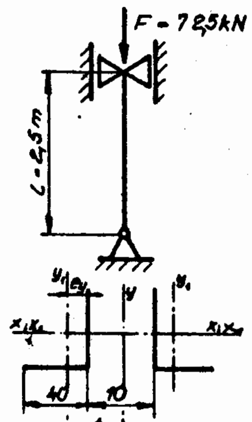
adatok: a szelvények: 2 db L 40x60x7

$E = 210$ GPa

egy szelvény jellemzői táblázatból:

$I_{x1} = 23.10^{-8}$ m^4 $\quad e_y = 10{,}5$ mm

$I_{y1} = 8{,}07.10^{-8}$ m^4 $\quad A = 6{,}55.10^{-4}$ m^2



Megoldás: / számítások cm-ben /

a tartó "kihajló hossza": $l_o = l$ - két végén csukló -

a másodrendű nyomatékok:

$I_x = 2.I_{x1} = 2.23 = 46$ cm$^4 = I_2$ / főmásodrendű nyomaték /

$I_y = 2./I_{y1}+A.t^2/ = 2./8{,}08+6{,}55.1{,}55^2/ = 74{,}4$ cm$^4 = I_1$

a minimális inerciasugár:

$$i_{min} = i_x = \sqrt{\frac{I_x}{2.A}} = \sqrt{\frac{46}{2.6{,}55}} = 1{,}87 \text{ cm}$$

a karcsuság:

$$\lambda = \frac{l_o}{i_{min}} = \frac{250}{1{,}87} = 134 > \lambda_E$$ tehát az Euler összefüggés alkalmazható, mely szerint

a törőerő:

$$F_t = \pi^2 . \frac{I_2.E}{l_o^2} = \pi^2 . \frac{46 . 21.10^6}{250^2} = 152.10^3 \text{ N}$$ / ahol: $E = 21.10^6$ N/cm^2 /

így a biztonság:

$$n = \frac{F_t}{F} = \frac{152.10^3}{72{,}5.10^3} = 2{,}1 < n_{sz}$$ Tehát ez a tartó erre a terhelésre nem felel meg!

Uj, 2db L60x90x8-as szelvényt választva: / táblázati adatokat külön nem közölve /

$I_x = 2.92{,}5 = 185$ cm$^4 = I_1$ $\qquad I_y = 2./33+11{,}4.1{,}99^2/ = 156$ cm$^4 = I_2$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_y}{2.A}} = \sqrt{\frac{156}{2.11{,}4}} = 1{,}7 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{250}{1{,}7} = 147 > \lambda_E$$

$$F_t = \pi^2 . \frac{156 . 21.10^6}{250^2} = 515.10^3 \text{ N}$$

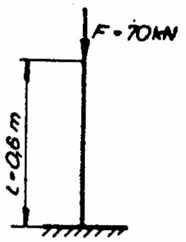
$$n = \frac{F_t}{F} = \frac{515.10^3}{72{,}5.10^3} = 7{,}1 > n_{sz}.$$ A tartó megfelel, de csak abban az esetben, ha a két szelvény megfelelő együttdolgozását is ellenőrizzük.

$\sigma = \frac{F}{A}$

$\sigma =$

13.2 Példa

Az egyik végén mereven befogott rudat adott F erő terheli. Válasszunk megfelelő "L" szelvényt, ha a rud anyagára a megengedett feszültség: $\sigma_{meg} = 140$ MPa



Megoldás:

a "kihajló hossz": $l_o = 2.l = 2.0,6 = 1,2$ m

a választott szelvény /"többszöri találgatás után"/:

L 70x70x7, melyre:

$$A = 9,4.10^{-4}\ m^2$$

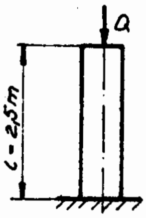
$$i_{min} = i = 13,7\ mm$$

a karcsuság: $\lambda = \frac{l_o}{i_{min}} = \frac{1200}{13,7} = 88 \Rightarrow \omega = 1,81$ /táblázatból/

a feszültség: $\sigma = \frac{\omega.F}{A} = \frac{1,81\ .\ 70.10^3}{9,4.10^{-4}} = 135.10^6\ N/m^2 = 135\ MPa < \sigma_{meg} = 140\ MPa$

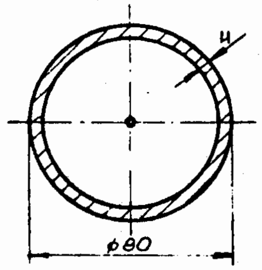
A választott szelvényünk tehát megfelel!

13.1 Feladat

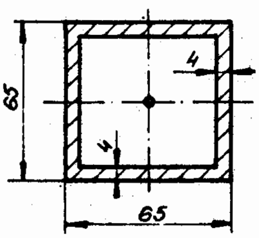


Határozza meg a vázolt oszlop terhelhetőségét az adott keresztmetszetek esetében, ha az anyag rugalmassága és az előirt biztonsági tényező ismert. Számitsa ki a karcsusági tényezőket és az oszlopok sulyát is! E = 210 GPa, n = 3,5

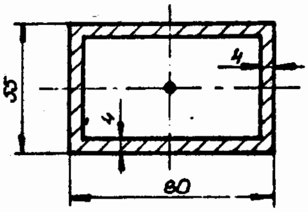
13.1.1



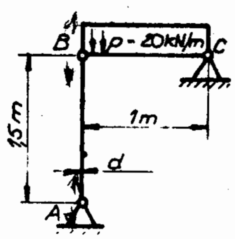
13.1.2



13.1.3



13.2 Feladat



Ellenőrizze az A-B oszlopot kihajlásra!

E = 210 GPa
d = 30 mm

2l

l

0,7l 0,5l

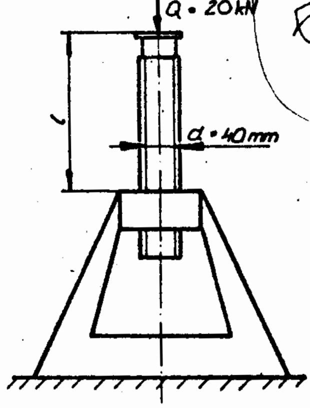
$F_t = \pi^2 \cdot \frac{J \cdot E}{l_0^2}$

$\sigma_t = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$

13.3 Feladat

Csavarorsós emelővel ismert nagyságu Q terhet emelünk. Az orsó magátmérője d ismert. Milyen l magasságra emelhetjük a centrálisan elhelyezkedő terhet, hogy a kihajlás ellen előirt biztonságunk meglegyen? E = 210 GPa n = 3

Ellenőrizze vissza az Euler összefüggés alkalmazhatóságát!

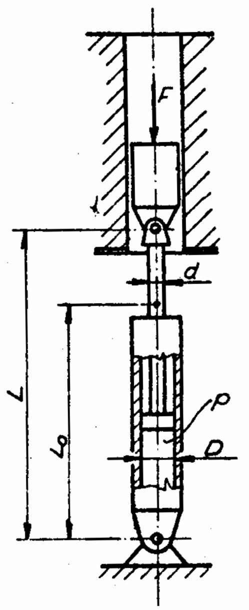


13.4 Feladat

Vegye fel a vázolt hidraulikus munkahenger terhelhetőségi karakterisztikáját nyomóirányban a következő adatok ismeretében:

a hengerátmérő:	D = 125 mm
a dugattyurud átmérője:	d = 80 mm
a maximális nyomás :	p = 16 MPa
a beépitési hossz:	L_o = 2050 mm
a lökethossz:	l = 1600 mm
együtt:	L_{max} = 3650 mm

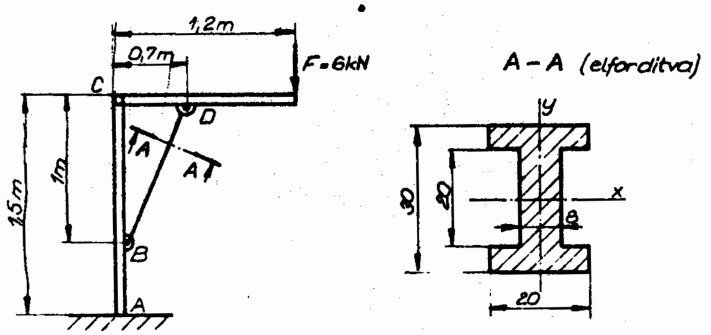
Euler összefüggésnél az előirt biztonság n = 3,5, a számitásoknál teljes hosszban a "d" dugattyurudátmérőt vegye figyelembe, melyre: E = 210 GPa



13.5 Feladat

Ellenőrizze az ábrázolt rendszer B-D rudját kihajlásra, a helyes beépités megállapitása után. A tartóelemek és a csuklókapcsolatok a rajz sikjára merőleges irányban végtelenül merevnek tekinthetők.

E = 200 GPa n = 3



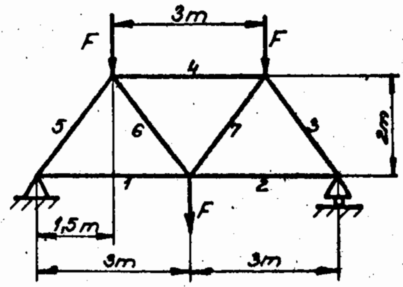
13.6 Feladat

Az ábrán csőből készült sikbeli rácsos tartó látható. A legkedvezőtlenebb terhelésü rácsrudra válasszon szabványos csőkeresztmetszetet, ha a választott anyagminőségre:

$$\sigma_F \cong 240 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{meg} = 160 \text{ MPa}$$

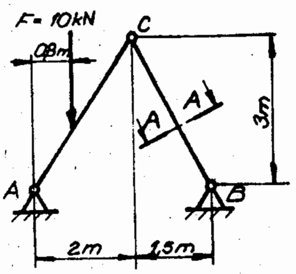
a terhelő erők: F = 20 kN

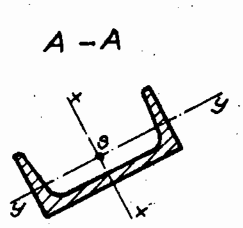


13.7 Feladat

A vázolt csuklós szerkezet B-C rudját U szelvényből Készitjük. Válassza meg a rud szab-ványos méretét, ha ismertek az anyagjellemzők. Vizsgálja meg, hogy az igy felvett szel-vény 90°-os elforditott beépités esetén megfelel-e.
Az A-C tartó és a csuklók a rajz sikjára merőleges irányban végtelenül merevnek felté-telezhetők.

$$\sigma_F \cong 240 \text{ MPa}$$
$$\sigma_{meg} = 160 \text{ MPa}$$



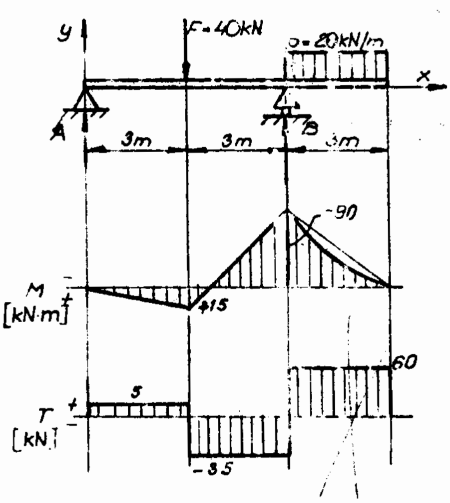


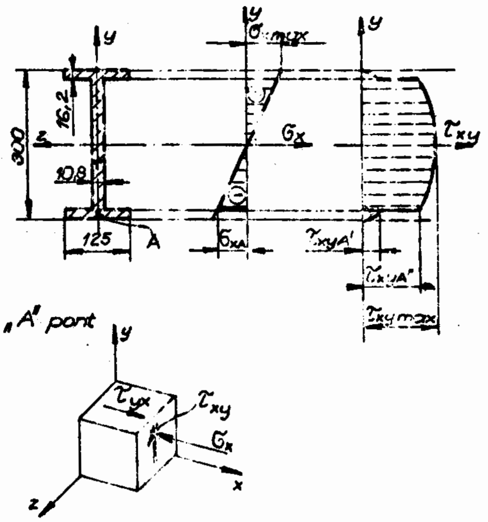
14. HAJLITOTT-, NYIRT TARTÓK

14.1 Példa

Ellenőrizzük a vázolt tartót hajlításra és nyírásra. Rajzoljuk meg a tartó igénybevételi ábráit, és a feszültségek eloszlását a veszélyes keresztmetszetben. Ábrázoljuk a veszélyes keresztmetszet "A" pontjában kialakult feszültségállapotot a kirajzolt elemi kockán a számított feszültségösszetevők ismeretében.

$$\sigma_{meg} = 180 \text{ MPa} \qquad \tau_{meg} = 95 \text{ MPa}$$





Megoldás:

a reakciók: $B = \frac{40.3 + 20.3.7,5}{6} = 95$ kN↑ $\qquad A = 40 + 60 - 95 = 5$ kN↑

a veszélyes keresztmetszet igénybevételei: $M_{max} = -90$ kN.m $\qquad T_{max} = 60$ kN

a keresztmetszeti jellemzők: / cm-ben számolva /

$$I_z = \frac{12{,}5.30^3}{12} - \frac{11{,}42.26{,}76^3}{12} = 9888 \text{ cm}^4 \qquad S_{zA} = 12{,}5.1{,}62.14{,}19 = 287 \text{ cm}^3$$

$$S_{zfél} = 287 + 1{,}08\,\frac{13{,}38^2}{2} = 384 \text{ cm}^3$$

a feszültségek:

$$\sigma_{x\,max} = \pm\frac{M_{max}}{I_z}\cdot y_{max} = \pm\frac{9.10^6}{9888}\cdot 15 = \pm 13650 \text{ N/cm}^2 = \pm 136{,}5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy\,max} = \frac{T_{max}\cdot S_{zfél}}{I_z\cdot /2z/} = \frac{6.10^4\cdot 384}{9888\cdot 1{,}08} = 2160 \text{ N/cm}^2 = 21{,}6 \text{ MPa}$$

Mivel $\sigma_{xmax} < \sigma_{meg}$ és $\tau_{xy\,max} < \tau_{meg}$, a tartó megfelel.

feszültségek az "A" pontban:

$$\sigma_{x\,A} = \frac{M_{max}}{I_z} \cdot y_A = -\frac{9.10^6}{9888} \cdot 13{,}38 = -12180\ N/cm^2 = -121{,}8\ MPa$$

$$\tau_{xy\,A'} = \frac{T_{max} \cdot M_{SzA}}{I_z \cdot /2z/} = \frac{6.10^4 \cdot 287}{9888 \cdot 12{,}5} = 140\ N/cm^2 = 1{,}4\ MPa$$

$$\tau_{xy\,A''} = \frac{6.10^4 \cdot 287}{9888 \cdot 1{,}08} = 1610\ N/cm^2 = 16{,}1\ MPa$$

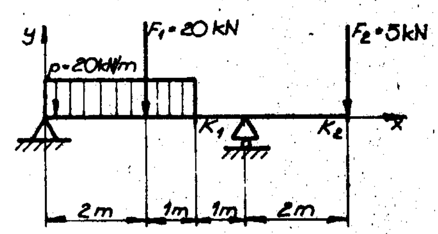
14.1 Feladat

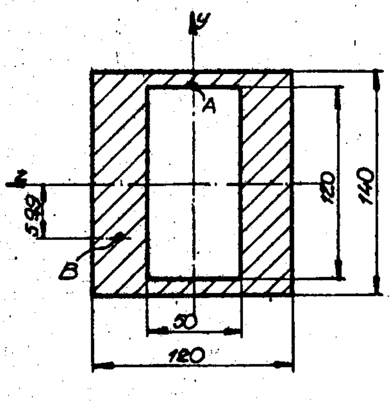
Ellenőrizze az alább vázolt tartókat megengedett feszültség alapján!

$\sigma_{meg} = 180\ MPa \qquad \tau_{meg} = 95\ MPa$

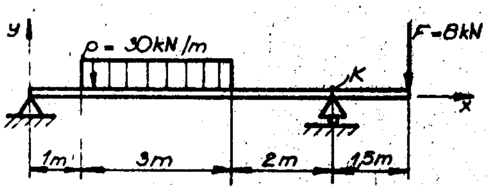
Rajzolja meg:
- a tartók igénybevételi ábráit,
- a jelölt $/K_1;\ K_2/$ keresztmetszetek feszültségeloszlásait számított értékek alapján,
- a jelölt keresztmetszetek jelölt pontjaiban /A; B/ a feszültségállapotokat elemi kiskockán.

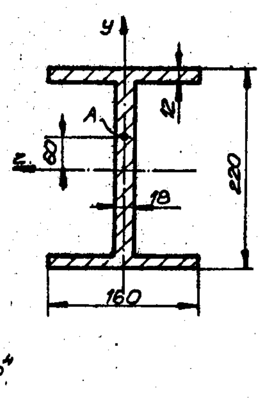
14.1.1





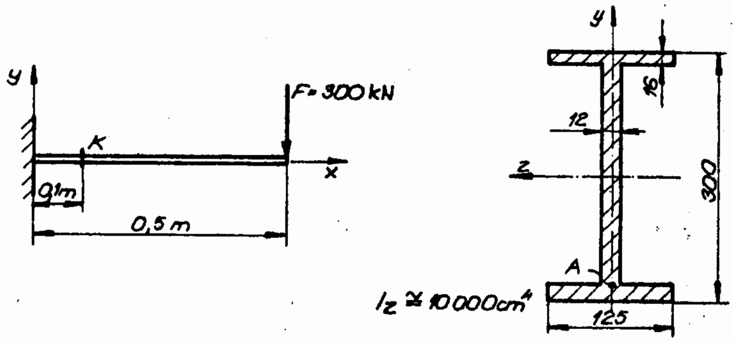
14.1.2



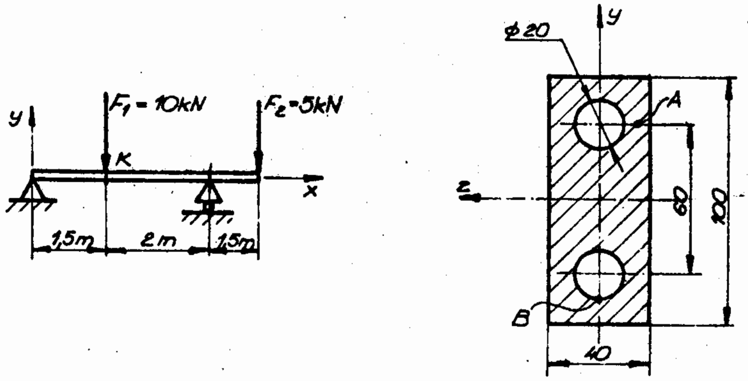


$I_z \approx 5400\ cm^4$

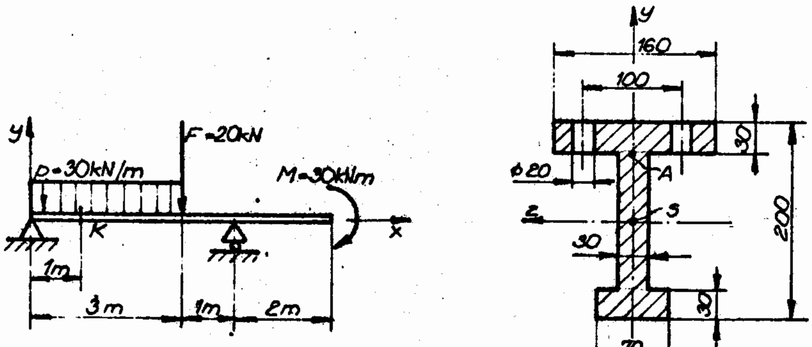
14.1.3



14.1.4



14.1.5



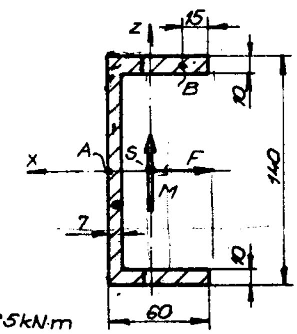
14.2 Feladat

A kerestmetszetet terhelő erőrendszer adott.

Rajzolja meg: - a feszültségek eloszlását számított értékek alapján,

- a jelölt /A; B/ pontokra a feszültségi kiskockákat.

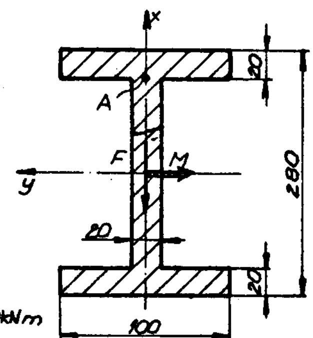
14.2.1



M = 25kN·m

F = 5 kN.

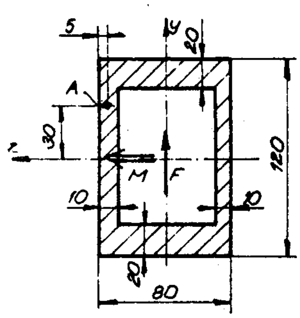
14.2.2



M = 100kNm

F = 340kN

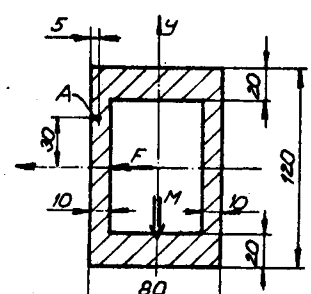
14.2.3



M = 20kN·m

F = 63 kN

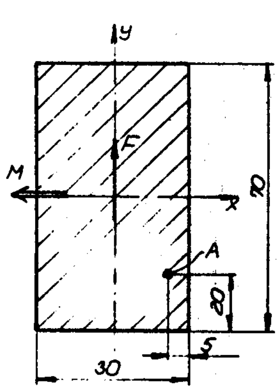
14.2.4



M = 20kNm

F = 63kN

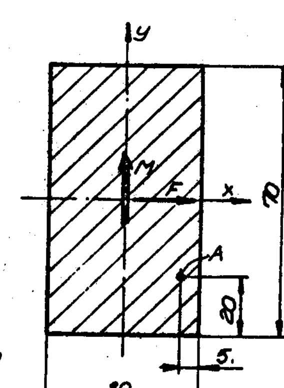
14.2.5



M = 2kN·m

F = 2kN

14.2.6



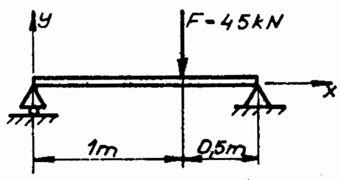
M = 2kNm

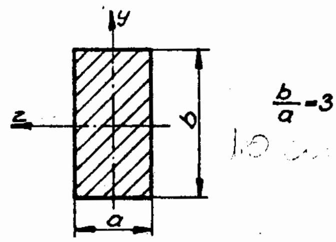
F = 2kN

14.3 Feladat

Határozza meg a szükséges keresztmetszetet az alábbi terhelésre, ha

$\sigma_{meg} = 80$ MPa $\qquad \tau_{meg} = 48$ MPa



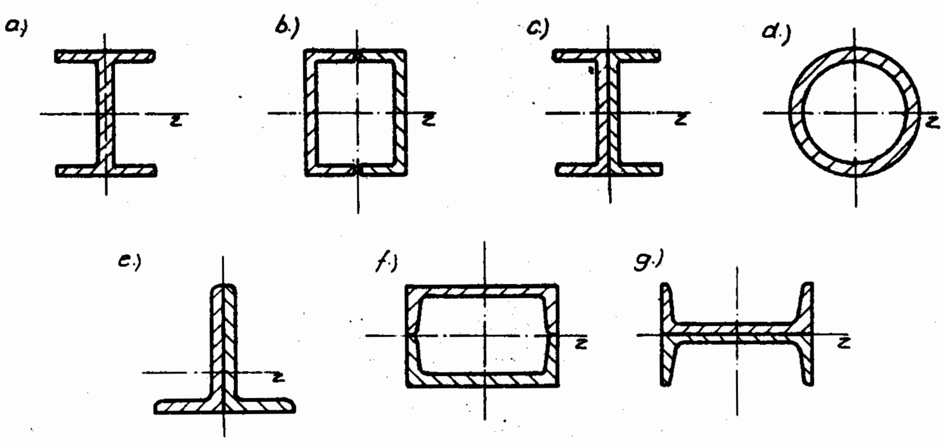


14.4 Feladat

Válasszon szabványos tartót az előző / 14.3 / feladatban megadott terhelésre az alábbi elrendezések szerint, ha $\sigma_{meg} = 120$ MPa és $\tau_{meg} = 72$ MPa.

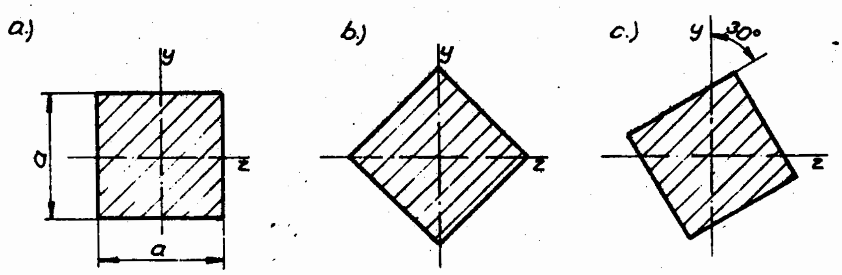
Számitsa ki a választott tartóban ténylegesen fellépő maximális feszültségeket!

/ a hajlitás tengelye "z"-vel jelölt /



14.5 Feladat

Mekkora hajlitónyomatékkal terhelhető az alábbi négyzet keresztmetszetü tartó, ha $\sigma_{meg} = 100$ MPa; a = 30 mm. / a hajlitás tengelye "z" /



15. FESZÜLTSÉGÁLLAPOT, ÖSSZETETT IGÉNYBEVÉTEL

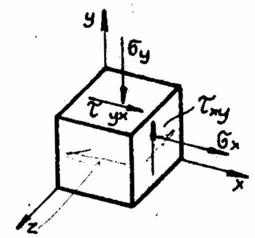
15.1 Példa

Rajzoljuk meg az ismert feszültségállapot Mohr körét. Határozzuk meg a jellemző feszül-ségeket, és rajzoljuk meg a főfeszültségi kiskookát!

adatok: $\sigma_x = 67$ MPa

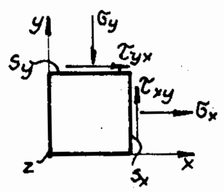
$\sigma_y = -42$ MPa

$\tau_{xy} = \tau_{yx} = 30$ MPa

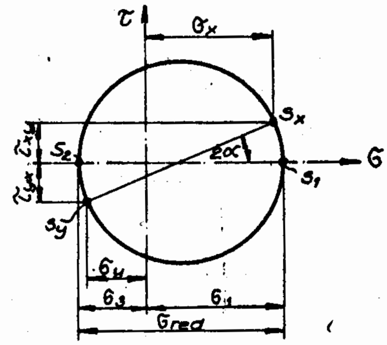


Kidolgozás:

a vetületi kiskocka:



a Mohr kör:



a redukált feszültség:

$$\sigma_{red} = \sqrt{/\sigma_x - \sigma_y/^2 + /2.\tau_{xy}/^2} = \sqrt{/67 + 42/^2 + /2.30/^2} = 124{,}4 \text{ MPa}$$

a főfeszültségek:

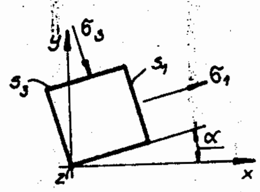
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_{red}}{2} = \frac{67 - 42}{2} + \frac{124{,}4}{2} = 74{,}7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_{red} = 74{,}7 - 124{,}4 = -49{,}7 \text{ MPa}$$

a főfeszültségi sikok iránya:

$$\text{tg } 2.\alpha = \frac{2.\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2.30}{67 + 42} = 0{,}55 \Longrightarrow \alpha = 14{,}4^\circ$$

a főfeszültségi kiskocka:



15.1 Feladat

Rajzolja meg az alábbi terhelések Mohr köreit:

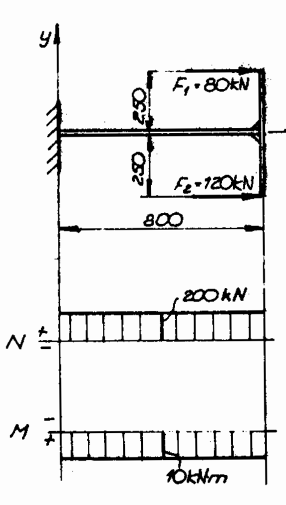
a/ egyirányu huzás
b/ egyirányu nyomás
c/ huzás - rá merőleges huzás
d/ nyomás - rá merőleges nyomás
e/ huzás - rá merőleges nyomás
f/ tiszta nyirás
g/ tiszta csavarás
h/ hajlitás + nyirás / a keresztmetszet több pontjában /
i/ hajlitás + csavarás / a keresztmetszet több pontjában /
j/ nyomás + csavarás / a keresztmetszet több pontjában /

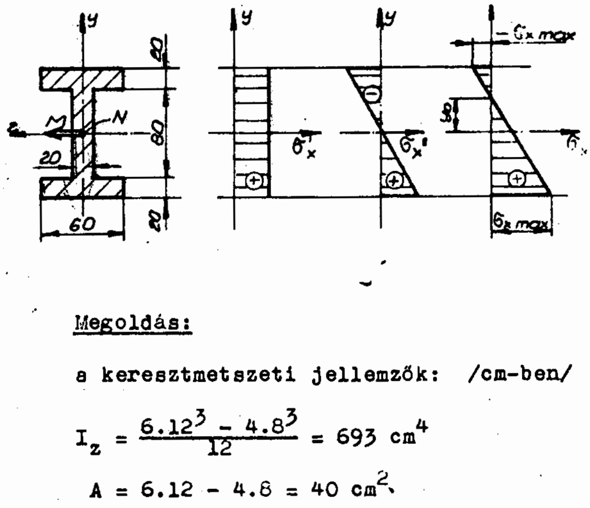
15.2 Feladat

Számitsa ki a 14.1 és 14.2 feladatok jelölt keresztmetszeteinek /K_1; / jelölt pontjaiban /A; B/ a redukált- és főfeszültségeket.

15.2 Példa

Rajzoljuk meg a vázolt tartó igénybevételi ábráit és a feszültségek eloszlását számitott értékek alapján. Határozzuk meg a semleges szál "y_0" helyét.





Megoldás:

a keresztmetszeti jellemzők: /cm-ben/

$$I_z = \frac{6.12^3 - 4.8^3}{12} = 693 \text{ cm}^4$$

$$A = 6.12 - 4.8 = 40 \text{ cm}^2$$

a feszültségek:

$$\sigma_x' = \frac{N}{A} = \frac{200.10^3}{40} = 5000 \text{ N/cm}^2 = 50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x\,max}'' = \frac{M}{I_z} \cdot y_{max} = \pm \frac{10^6}{693} \cdot 6 = \pm 8660 \text{ N/cm}^2 = \pm 86,6 \text{ MPa}$$

a maximális feszültség: $\sigma_{x\,max} = 50 + 86,6 = 136,6$ MPa

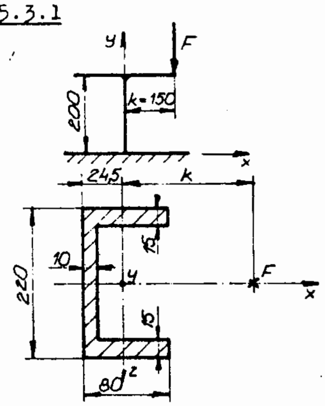
a negativ maximum: $\sigma_x = 50 - 86,6 = -36,6$ MPa

a semleges szál helye: $\sigma_x' + \sigma_x'' = 0 \longrightarrow y_0 = \frac{\sigma_x' \cdot I_z}{M} = \frac{5000.693}{10^6} = 3,465 \text{ cm} = 34,65 \text{ mm}$

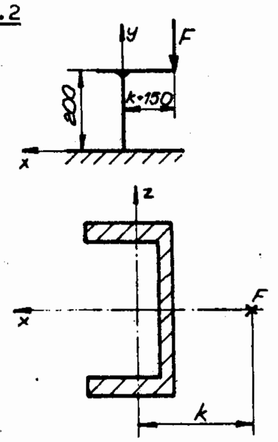
15.3 Feladat

Határozza meg az adott tartók igénybevételeit. Rajzolja meg a feszültségek eloszlását, számitsa ki a maximális feszültségeket és a semleges szál helyét. Számitsa ki továbbá "k" maximális értékét, hogy csak nyomófeszültség ébredjen a tartóban. A tartó keresztmetszete, a terhelés azonos, csak a beépités iránya változik. Az erő: $F = 10$ kN

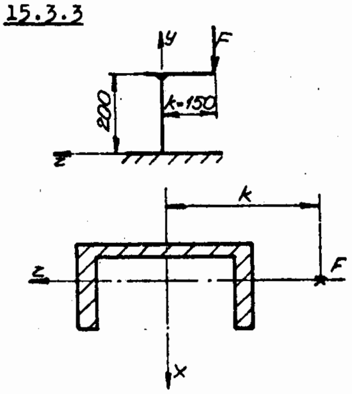
15.3.1



15.3.2

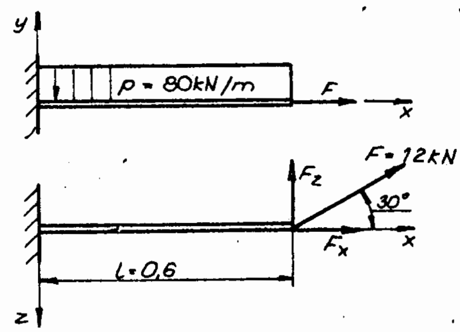


15.3.3



15.3 Példa

Ellenőrizzük a vázolt tartót, ha ismert a terhelés, a keresztmetszet és az anyagjellemzők: $\sigma_{meg} = 120$ MPa $\tau_{meg} = 72$ MPa



Kidolgozás:

F erő komponensei: $F_x = F.\cos 30^o = 10{,}4$ kN

$F_z = F.\sin 30^o = 6{,}0$ kN

a veszélyes keresztmetszet /befalazás/ igénybevétele:

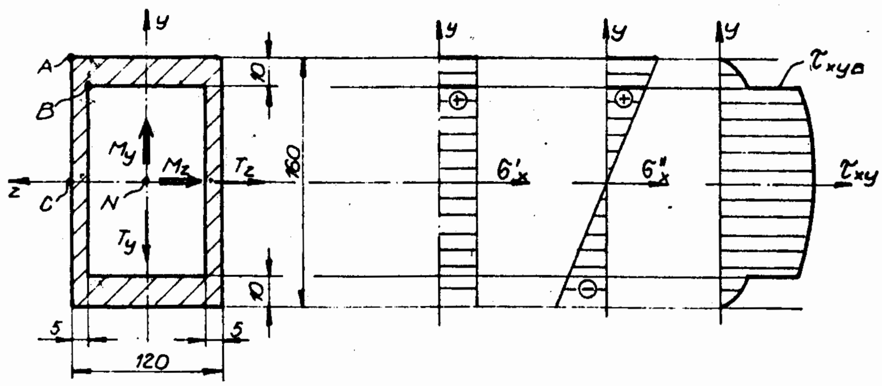
normálerő: $N = F_x = 10{,}4$ kN

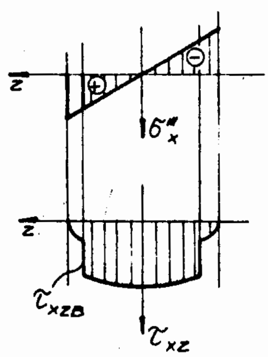
nyiróerő: $T_y = p.l = 80.0{,}6 = 48$ kN

$T_z = F_z = 6$ kN

hajlitónyomaték: $M_y = F_z.l = 6.0{,}6 = 3{,}6$ kN.m

$M_z = \frac{p.l^2}{2} = \frac{80.0{,}6^2}{2} = 14{,}4$ kN.m a keresztmetszet az igénybevételekkel és a feszültségek eloszlása:





a keresztmetszeti jellemzők: /cm-ben számolva/

$$A = 12.16 - 11.14 = 38 \text{ cm}^2$$

$$I_z = \frac{12.16^3 - 11.14^3}{12} = 1580 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{16.12^3 - 14.11^3}{12} = 751 \text{ cm}^4$$

$$M_{SzB} = 12.1.7,5 = 90 \text{ cm}^3$$

$$M_{Szfél} = 90 + 2.0,5.\frac{7^2}{2} = 114,5 \text{ cm}^3$$

$$M_{SyB} = 16.0,5.5,75 = 46 \text{ cm}^3$$

$$M_{Syfél} = 46 + 2.1.\frac{5,5^2}{2} = 76,25 \text{ cm}^3$$

a részfeszültségek maximumai:

$$\sigma_x' = \frac{N}{A} = \frac{10400}{38} = 274 \text{ N/cm}^2 = 2,74 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x'' = \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{max} = \pm \frac{14,4.10^5}{1580} . 8 = \pm 7290 \text{ N/cm}^2 = \pm 72,9 \text{ MPa}$$

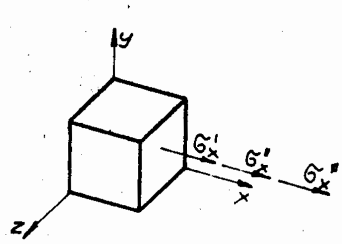
$$\sigma_x''' = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_{max} = \pm \frac{3,6.10^5}{751} . 6 = \pm 2880 \text{ N/cm}^2 = \pm 28,8 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \frac{T_y \cdot M_{Szfél}}{I_z \cdot /2z/} = \frac{48.10^3 . 114,5}{1580 . 1} = 3480 \text{ N/cm}^2 = 34,8 \text{ MPa}$$

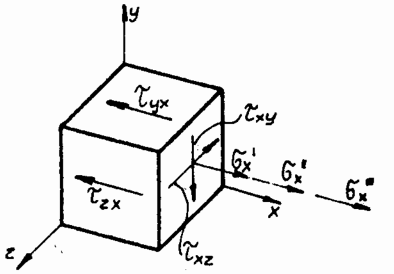
$$\tau_{xz} = \frac{T_z \cdot M_{Syfél}}{I_y \cdot /2y/} = \frac{6.10^3 . 76,25}{751 . 2} = 305 \text{ N/cm}^2 = 3,05 \text{ MPa}$$

az "A" pont feszültségállapota: $/\sigma_{x\,max}/$

$$\sigma_A = \sigma_{max} = \sigma_x' + \sigma_x'' + \sigma_x''' = 104,4 \text{ MPa}$$



a "B" pont feszültségállapota:



a részfeszültségek:

$\sigma_x' = 2{,}7$ MPa

$\sigma_x'' = \frac{M_z}{I_z} \cdot y_B = \frac{14{,}4 \cdot 10^5}{1580} \cdot 7 = 6380$ N/cm^2 = 63,8 MPa

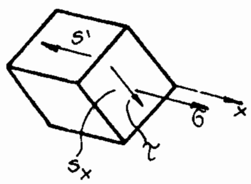
$\sigma_x''' = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_B = \frac{3{,}6 \cdot 10^5}{751} \cdot 5{,}5 = 2640$ N/cm^2 = 26,4 MPa

a sarokban "lekerekitéssel":

$\tau_{xyB} = \frac{T_y \cdot M_{SzB}}{I_z \cdot /2z/} = \frac{48 \cdot 10^3 \cdot 90}{1580 \cdot 1} = 2730$ N/cm^2 = 27,3 MPa

$\tau_{xzB} = \frac{T_z \cdot M_{SyB}}{I_y \cdot /2y/} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 46}{751 \cdot 2} = 184$ N/cm^2 = 1,84 MPa

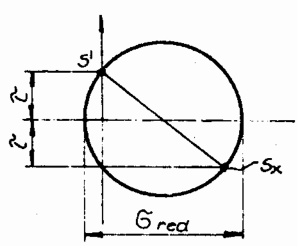
illetve τ_e és σ által felvett sikbeli feszültségi állapotu kiskocka:



ahol: $\sigma = 2{,}7 + 63{,}8 + 26{,}4 = 92{,}9$ MPa

$\tau_e = \sqrt{27{,}3^2 + 1{,}84^2} = 27{,}4$ MPa

a "B" pont Mohr köre:



$\sigma_{red\ B} = \sqrt{92{,}9^2 + 4 \cdot 27{,}4^2} = 108$ MPa

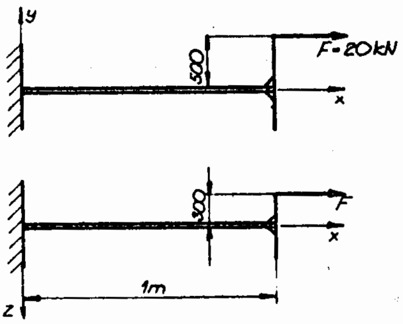
A tartó megfelel, mivel ez a feszültség sem haladja meg σ_{meg}-et, de nagyságából látható, hogy hajlitott-nyirt tartók esetén bizonyos keresztmetszetkialakitásoknál vizsgálandó az öv-gerinc találkozása is.

15.4 Feladat

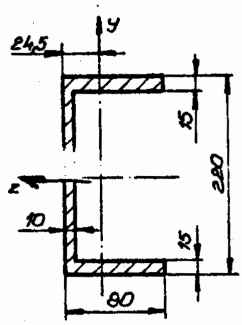
Vizsgálja meg az előző, 15.3 példában a veszélyes keresztmetszet "C" pontjának feszültségeit, ahol τ_{xy}; σ_x' és σ_x''' maximális.

15.5 Feladat

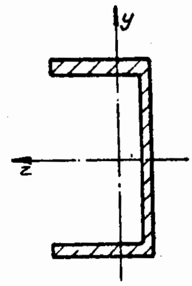
Ellenőrizze le az alábbi tartót az adott keresztmetszet két féle beépitése esetén.
/ σ_{meg} = 160 MPa /



15.5.1



15.5.2

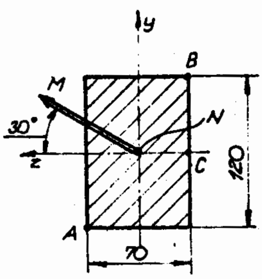


15.6 Feladat

Ismert a keresztmetszet és a keresztmetszet teherlései. Rajzoljuk meg a feszültségek eloszlását, számitsuk ki a jelölt pontok /A; B; C/ jellemző feszültségeit!

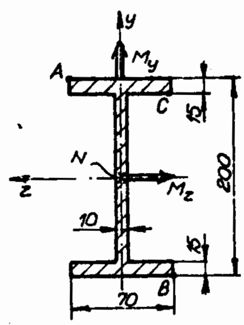
15.6.1

N = 60 kN
M = 12 kN.m



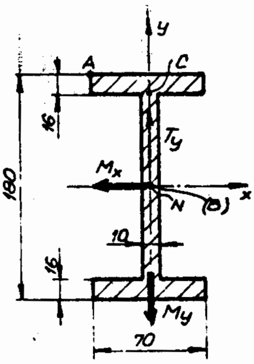
15.6.2

N = - 27 kN
M_y = 2500 N.m
M_z = 8000 N.m



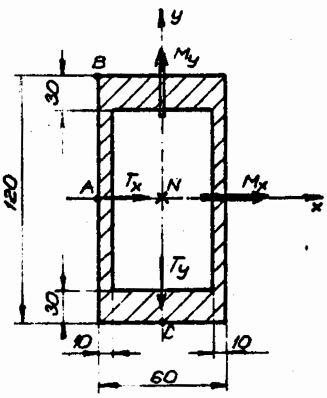
15.6.3

N = - 60 kN
T_y = 40 kN
M_x = 20 kN.m
M_y = 2,5 kN.m



15.6.4

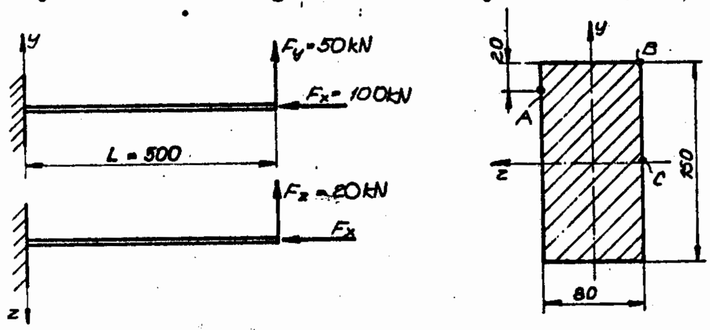
N = 70 kN
T_x = 20 kN
T_y = 30 kN
M_x = 12 kN.m
M_y = 5 kN.m



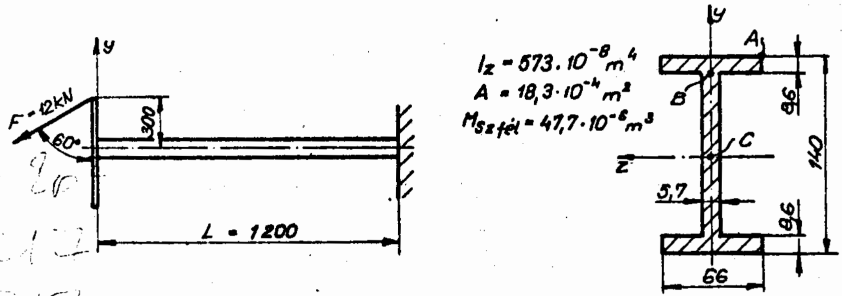
15.7 Feladat

Határozza meg a veszélyes keresztmetszet terheléseit, e keresztmetszetben a feszültségek eloszlását, valamint a jelölt /A; B; C/ pontokban a "kiskocka" feszültségeit. Számitsa ki e pontok jellemző feszültségeit Mohr kör rajzolása mellett;

15.7.1

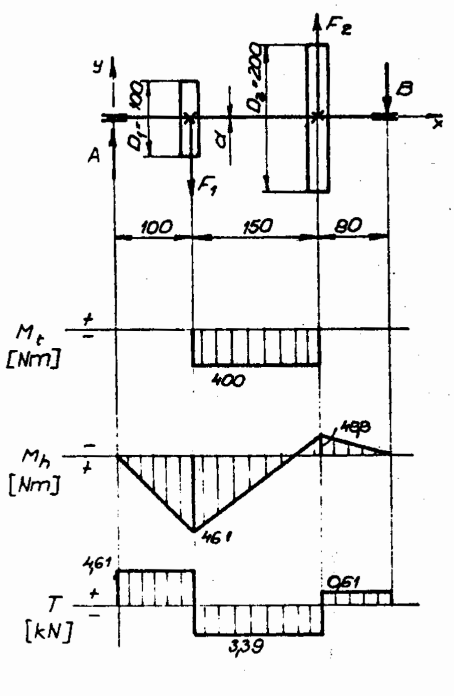


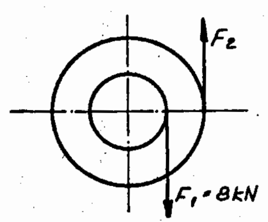
15.7.2



15.4 Példa

Számitsuk ki a vázolt előtéttengely szükséges átmérőjét, ha σ_{meg} = 120 MPa





Megoldás:

a csavarónyomaték:

$$M_t = F_1 \cdot \frac{D_1}{2} = 8 \cdot \frac{0,1}{2} = 0,4 \text{ kN.m}$$

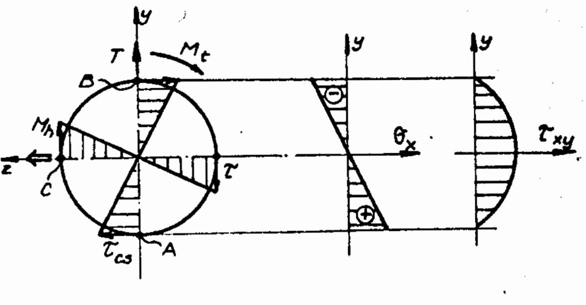
az egyensulyi egyenletek:

$$\Sigma M_t = 0 \Rightarrow F_2 = \frac{2.M_t}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,4}{0,2} = 4 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow B = \frac{25.4 - 10.8}{33} = 0,61 \text{ kN}$$

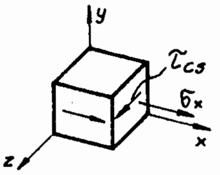
$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow A = 8 - 4 + 0,61 = 4,61 \text{ kN}$$

veszélyes keresztmetszet a kiskeréknél:

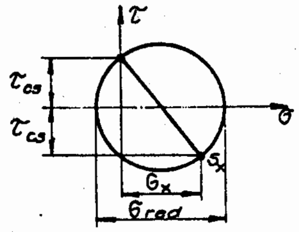


"A" és "B" pontokban τ_{cs} /M_t-ből/ és σ_x /M_h-ból/ maximálisak. Ez a veszélyes pont, bár "C"-ben τ_{cs} és τ_{xy} maximális és egyirányu.
/ Utólag "C" pont is ellenőrizhető. /

az "A" pont feszültségállapota:



és Mohr köre:



$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_x^2 + /2.\tau_{cs}/^2}$$

ahol: $\sigma_x = \frac{M_h}{I_z} \cdot \frac{d_1}{2}$

$\tau_{cs} = \frac{M_t}{I_p} \cdot \frac{d_1}{2}$

kör keresztmetszetnél: $I_p = 2.I_z$

továbbá: $M_{red} = \sqrt{M_h^2 + M_t^2}$

rendezve és összevonva:

$$\sigma_{red} = \frac{M_{red}}{I_z} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{M_{red}}{K_z} \leq \sigma_{meg}$$

ahol: $K_z = \frac{d^3.\pi}{32}$

K $\frac{d^3\pi}{32}$

további rendezéssel:

$$d^3 = \frac{32 \cdot M_{red}}{\pi \cdot \sigma_{meg}}$$

$\frac{d^4\pi}{64}$

számszerüen:

$$M_{red} = \sqrt{461^2 + 400^2} = 610,3 \text{ N.m}$$

$$d^3 = \frac{32 \cdot 610,3.10^3}{\pi \cdot 120} = 51,8.10^3 \text{ mm}^3 \Longrightarrow d = 37,2 \text{ mm} \qquad d_{szabv} = 40 \text{ mm} \quad / \; 38 \text{ mm} \; /$$

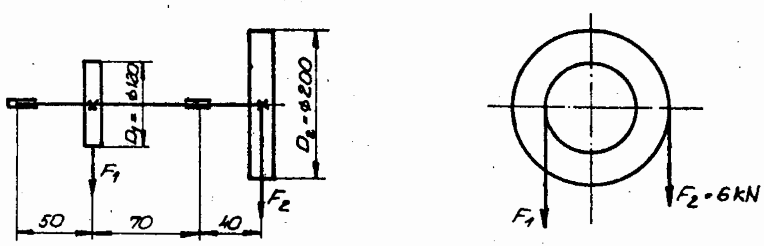
Figyelem! Ez a módszer csak akkor alkalmazható, ha $I_p = 2.I$ /kör-körgyürü keresztmetszet/, és a veszélyes keresztmetszet kritikus pontjában csak hajlitásból és csavarásból adódik a feszültség. Általában tengelyek esetén!

15.8 Feladat

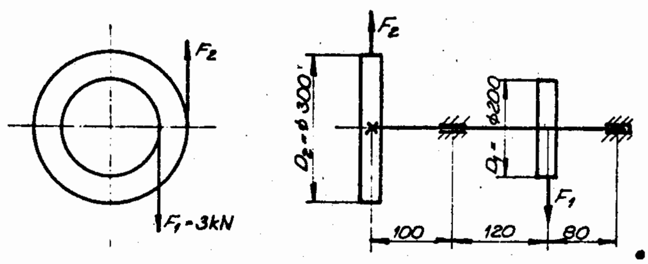
A terhelés és a megengedett feszültség ismeretében határozza meg a szükséges tengely-átmérőt tömör, kör-keresztmetszetű anyagból, valamint válasszon szabványos csőkereszt-metszetet! σ_{meg} = 160 MPa, τ_{meg} = 98 MPa

Figyelem! a τ_{max}-ot /τ_{csav} + τ_{nyir}/ is visszaellenőrizni!

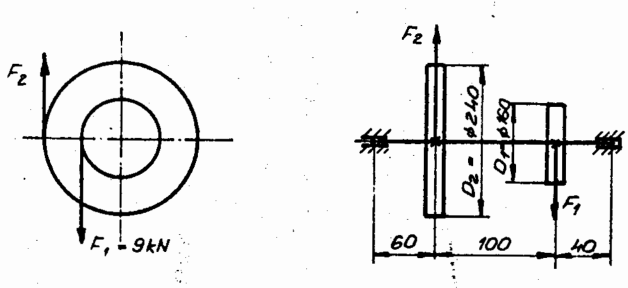
15.8.1



15.8.2



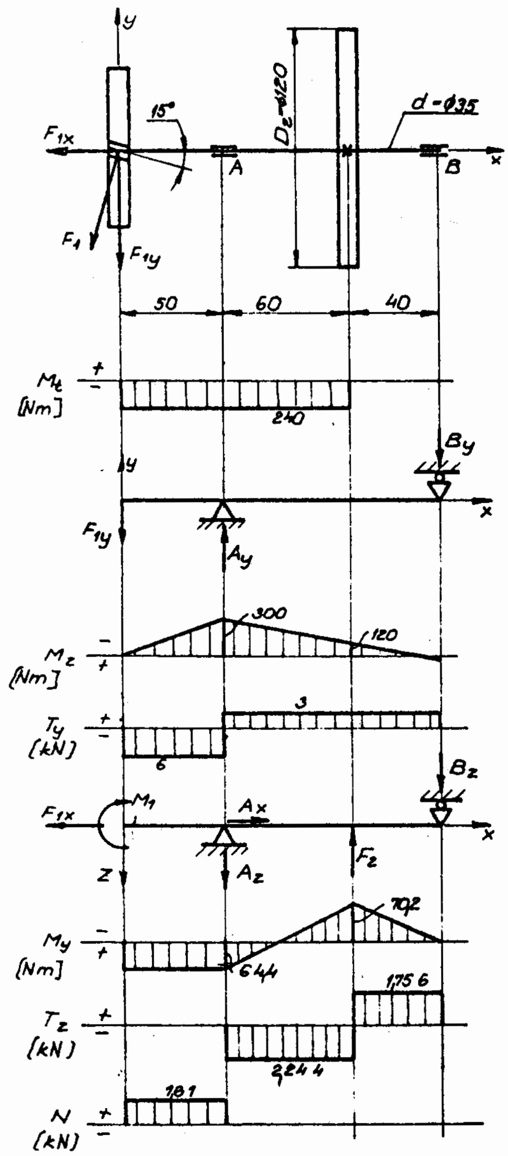
15.8.3

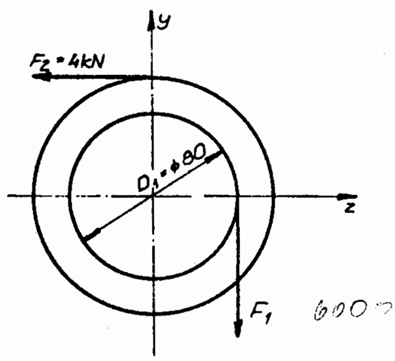


15.5 Példa

Ellenőrizzük a vázolt tengelyt, ha ismerjük a terheléseket, a tengelyátmérőt és a megengedett feszültséget. $\sigma_{meg} = 120$ MPa, $\tau_{meg} = 82$ MPa

A kiskerék ferde fogazású!





Kidolgozás:

a csavarónyomaték:

$$M_t = F_2 \cdot \frac{D_2}{2} = 240 \text{ N.m}$$

az egyensulyi egyenletek:

$$\Sigma M_t = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{1y} = \frac{2.M_t}{D_1} = 6000 \text{ N}$$

$$F_{1x} = F_{1y}.\text{tg } 15^\circ = 1610 \text{ N}$$

$$\Sigma M_{z/B/} = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = \frac{15.F_{1y}}{10} = 9000 \text{ N}$$

$$\Sigma Y = 0 \quad \Rightarrow \quad B_y = A_y - F_{1y} = 3000 \text{ N}$$

$$M_1 = F_{1x} \cdot \frac{D_1}{2} = 64,4 \text{ N.m}$$

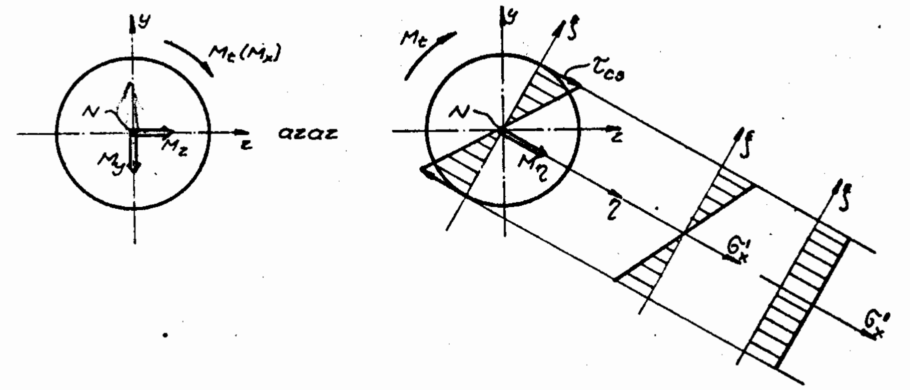
$$\Sigma M_{y/A/} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_z = \frac{6.F_2 - M_1}{10} = 1756 \text{ N}$$

$$\Sigma Z = 0 \quad \Rightarrow \quad A_z = F_2 - B_z = 2244 \text{ N}$$

$$\Sigma X = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = F_{1x} = 1610 \text{ N}$$

az erők ismeretében az igénybevételi ábrák megrajzolhatók

az "A" csapágynál /radiax/ levő keresztmetszet terhelése és a feszültségek eloszlása:
/ nyirás elhanyagolva /



mivel η is főtehetetlenségi tengely, a hajlitónyomatékok eredője:

$$M_\eta = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 306,8 \text{ N.m}$$

a keresztmetszeti jellemzők: /cm-ben/

$K = \frac{d^3.\pi}{32} = 4,21 \text{ cm}^3$ $\qquad K_p = 2.K = 8,42 \text{ cm}^3$ $\qquad A = \frac{d^2.\pi}{4} = 9,62 \text{ cm}^2$

a feszültségek:

$$\sigma_x'_{max} = \frac{M}{K} = \frac{30680}{4,21} = 7290 \text{ N/cm}^2 = 72,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x'' = \frac{N}{A} = \frac{1610}{9,62} = 170 \text{ N/cm}^2 = 1,7 \text{ MPa} \qquad \text{igy: } \sigma_{x\,max} = 74,6 \text{ MPa}$$

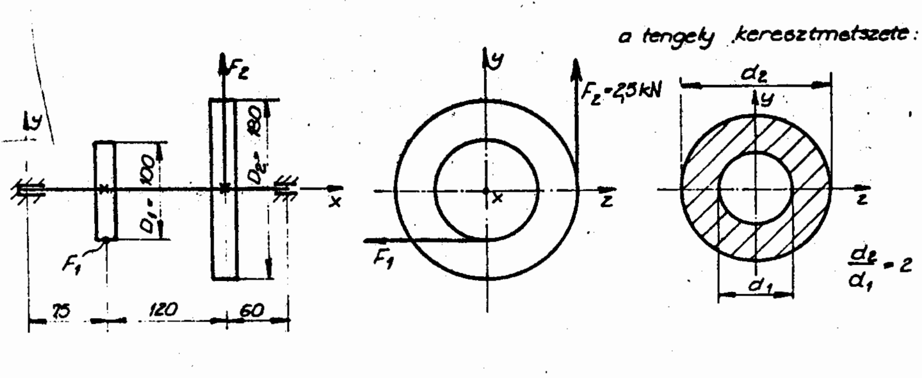
$$\tau_{cs\,max} = \frac{M_t}{K_p} = \frac{24000}{8,42} = 2850 \text{ N/cm}^2 = 28,5 \text{ MPa}$$

végül az összehasonlító feszültség:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{x\,max}^2 + 4.\tau_{cs\,max}^2} = 93,9 \text{ MPa} < \sigma_{meg},$$ tehát a tengely megfelel.

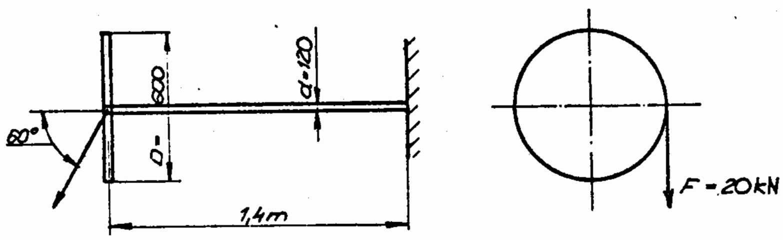
15.9 Feladat

Határozza meg a csőtengely szükséges méreteit az alábbi terhelésre, a nyirás elhanyagolásával! $\sigma_{meg} = 180$ MPa, $\tau_{meg} = 120$ MPa



15.10 Feladat

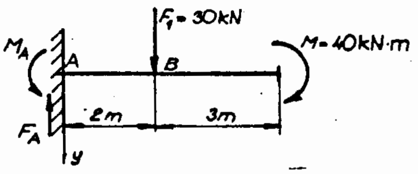
Ellenőrizze a befalazott tartót feszültségmaximumra! σ_{meg} = 180 MPa, τ_{meg} = 120 MPa



σ_{red} = 1481 ...

16. HAJLITOTT TARTÓK ALAKVÁLTOZÁSA

16.1 Példa



Válasszunk az adott terhelésre szabványos I szelvényt, majd számitsuk ki a C pont szögelfordulását és y irányu elmozdulását! A tartó anyaga: A38, melyre $\sigma_{meg} = 130$ MPa

$E = 210$ GPa

Kidolgozás:

az egyensulyi egyenletekből:

$F_A = F_1 = 30$ kN és $M_A = M_{max} = F_1 \cdot a + M_1 = 100$ kN.m

a szükséges keresztmetszeti tényező:

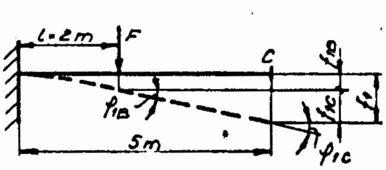
$$K_{min} = \frac{M_{max}}{\sigma_{meg}} = \frac{100.10^3}{130.10^6} = 769.10^{-6}\ m^3$$

a táblázatból választott szabványos szelvény: I 320

melynek adatai: $K_x = 782.10^{-6}\ m^3$, $I_x = 1{,}251.10^{-4}\ m^4$

a hajlitási merevség: $I.E = 1{,}251.10^{-4}.\ 210.10^9 = 2{,}63.10^7\ N.m^2$

a koncentrált erő okozta deformáció:



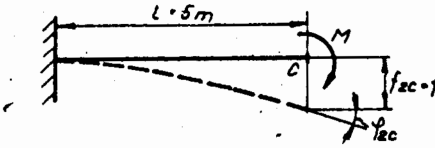
$$f_{1B} = \frac{F.l^3}{3.IE} = \frac{3.10^4\ .\ 2^3}{3\ .\ 2{,}63.10^7} = 3{,}04.10^{-3}\ m = 3{,}04\ mm$$

$$\varphi_{1B} = \varphi_{1C} = \frac{F.l^2}{2.IE} = \frac{3.10^4\ .\ 2^2}{2\ .\ 2{,}63.10^7} = 2{,}28.10^{-3}\ rad$$

$$f_{1C} = \varphi_{1B} \cdot 3000 = 2{,}28.10^{-3}\ .\ 3000 = 6{,}84\ mm$$

$$f_1 = f_{1B} + f_{1C} = 3{,}04 + 6{,}84 = 9{,}9\ mm\ /kerekitve/$$

a nyomaték okozta deformáció:



$$f_{2C} = \frac{M.l^2}{2.IE} = \frac{4.10^4\ .\ 5^2}{2\ .\ 2{,}63.10^7} = 1{,}9.10^{-2}\ m = 19\ mm$$

$$\varphi_{2C} = \frac{M.l}{I.E} = \frac{4.10^4\ .\ 5}{2{,}63.10^7} = 7{,}6.10^{-3}\ rad$$

a C keresztmetszet teljes alakváltozása:

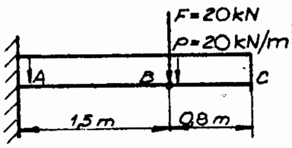
$f_C = f_1 + f_2 = 9{,}9 + 19 = 28{,}9$ mm azaz kerekitve: 29 mm

$\varphi_C = \varphi_{1C} + \varphi_{2C} = /2{,}28 + 7{,}6/.10^{-3} = 9{,}88.10^{-3}$ rad azaz kerekitve: 0,01 rad

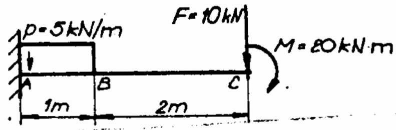
16.1 Feladat

Határozza meg a konzolos tartók maximális lehajlását és a "C" keresztmetszet szögelfordulását, ha a hajlitási merevség: $I.E = 10^{8}\ N.m^{2}$

16.1.1



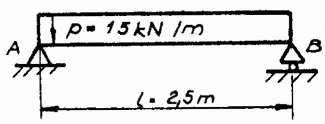
16.1.2



16.2 Feladat

Számitsa ki a tartók legnagyobb lehajlását és az alátámasztási pontokban a szögelfordulás mértékét!

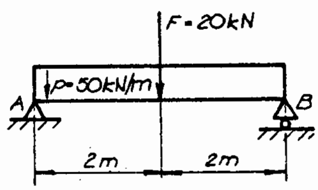
16.2.1



18,75

$I.E = 2{,}5.10^{7}\ N.m^{2}$

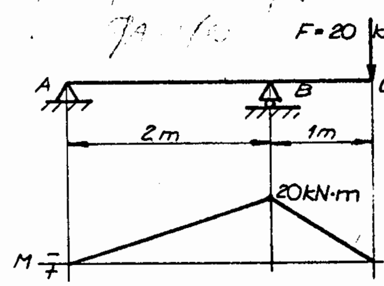
16.2.2



$I.E = 4{,}5.10^{6}\ N.m^{2}$

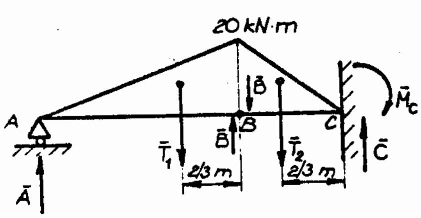
16.2 Példa

Állapitsuk meg a vázolt tartó "C" keresztmetszetének lehajlását és az "A"; "B"; "C" keresztmetszetek szögelfordulását!
A hajlitási merevség: $I.E = 2.10^{7}\ N.m^{2}$



Megoldás: /Mohr módszerrel/

a számitásokat nem részletezve a nyomatéki ábrát megrajzolva a helyettesitő tartó:



$\bar{T}_1 = 20.\frac{2}{2} = 20\ kN.m^{2}$

$\bar{T}_2 = 20.\frac{1}{2} = 10\ kN.m^{2}$

a helyettesitő tartó egyensulyi egyenletei:

A-B szakasz:

$$+\Sigma \overline{M}_{/A/} = 0 = \frac{4}{3}.\overline{T}_1 - 2.\overline{B} = \frac{4}{3}.20 - 2.\overline{B} \Rightarrow \overline{B} = \frac{40}{3}\ \mathrm{kN.m^2}$$

$$+\uparrow \Sigma \overline{Y} = 0 = \overline{A} - \overline{T}_1 + \overline{B} = \overline{A} - 20 + \frac{40}{3} \Rightarrow \overline{A} = \frac{20}{3}\ \mathrm{kN.m^2}$$

B-C szakasz: /$\overline{B}$ előjelet vált/

$$+\uparrow \Sigma \overline{Y} = 0 = -\overline{B} - \overline{T}_2 + \overline{C} = -\frac{40}{3} - 10 + \overline{C} \Rightarrow \overline{C} = \frac{70}{3}\ \mathrm{kN.m^2}$$

$$+\Sigma \overline{M}_{/C/} = 0 = -1.\overline{B} - \frac{2}{3}.\overline{T}_2 + \overline{M}_C = -1.\frac{40}{3} - \frac{2}{3}.10 + \overline{M}_C \Rightarrow \overline{M}_C = 20\ \mathrm{kN.m^3}$$

a deformációk:

$$\varphi_A = \frac{\overline{A}}{I.E} = \frac{\frac{20}{3}.10^3}{2.10^7} = 3,33.10^{-4}\ \mathrm{rad} \qquad f_C = \frac{\overline{M}_C}{IE} = \frac{20.10^3}{2.10^7} = 10^{-3}\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{mm}$$

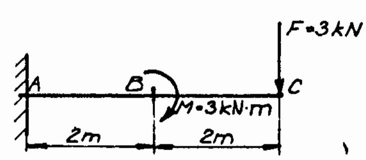
$$\varphi_B = \frac{\overline{B}}{I.E} = \frac{\frac{40}{3}.10^3}{2.10^7} = 6,67.10^{-4}\ \mathrm{rad}$$

$$\varphi_C = \frac{\overline{C}}{I.E} = \frac{\frac{70}{3}.10^3}{2.10^7} = 1,17.10^{-3}\ \mathrm{rad}$$

16.3 Feladat

Mohr módszerrel határozza meg a tartó "C" keresztmetszetének lehajlását és szögelfordulását!

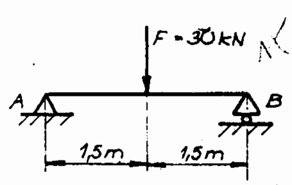
$I.E = 2,8.10^6\ \mathrm{N.m^2}$



16.4 Feladat

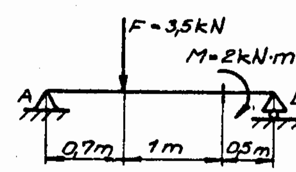
Határozza meg a vázolt tartók maximális lehajlását és az alátámasztási keresztmetszetek szögelfordulását!

16.4.1



$I.E = 3.10^7\ \mathrm{N.m^2}$

16.4.2

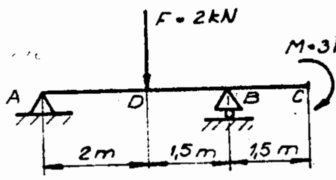


$I.E = 3,5.10^6\ \mathrm{N.m^2}$

16.5 Feladat

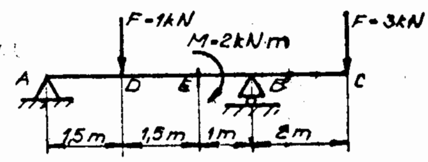
Határozza meg az "A"; "B"; "C"; "D" ill. "E" keresztmetszetek szögelfordulását, valamint a "D"; "C" ill. "E" keresztmetszetek elmozdulását!

16.5.1



$I.E = 2,5.10^6\ N.m^2$

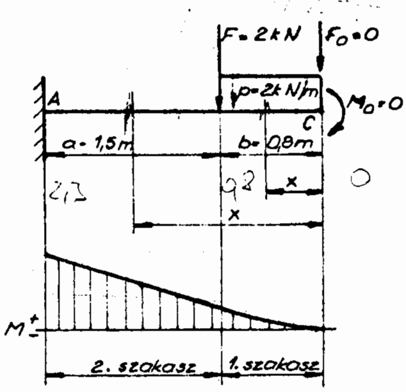
16.5.2



$I.E = 2.10^6\ N.m^2$

16.3 Példa

Határozzuk meg a vázolt tartó "C" keresztmetszetének lehajlását és szögelfordulását Castigliano tétel alkalmazásával! A tartó keresztmetszete állandó, hajlítási merevsége: $I.E = 10^7\ N.m^2$



Megoldás: **/a nyomaték előjele tetszőleges/**

az alakváltoztató munka:

$$L = \frac{1}{2.I.E} \cdot \int M^2_{/x/} \cdot dx$$

a lehajlás:

$$f_C = \frac{\partial L}{\partial F_0} = \frac{\partial L}{\partial M_{/x/}} \cdot \frac{\partial M_{/x/}}{\partial F_0} = \frac{1}{2.I.E} \cdot \left[2 \cdot \int_0^b M_{/x/1} \cdot \frac{\partial M_{/x/1}}{\partial F_0} .dx + 2 \cdot \int_b^{a+b} M_{/x/2} \cdot \frac{\partial M_{/x/2}}{\partial F_0} .dx \right]$$

a nyomatékfüggvények és deriváltak:

$$M_{/x/1} = F_0 \cdot x + \frac{p.x^2}{2} \qquad \frac{\partial M_{/x/1}}{\partial F_0} = x \qquad \text{ha: } 0 \leq x \leq 0,8$$

$$M_{/x/2} = F_0 \cdot x + p.b./x - \frac{b}{2}/ + F./x - b/ \qquad \frac{\partial M_{/x/2}}{\partial F_0} = x \qquad \text{ha: } 0,8 \leq x \leq 2,3$$

behelyettesítve:

$$f_C = \frac{1}{I.E} \cdot \left\{ \int_0^{0,8} / F_0 \cdot x + \frac{p.x^2}{2} /.x.dx + \int_{0,8}^{2,3} \left[F_0 \cdot x + p.b./x - \frac{b}{2}/ + F./x - b/ \right].x.dx \right\} =$$

$$= \frac{1}{I.E} \cdot \left\{ \left[\frac{p.x^4}{8} \right]_0^{0,8} + \left[\frac{p.b.x^3}{3} + \frac{F.x^3}{3} - \frac{p.b^2.x^2}{4} - \frac{F.b.x^2}{2} \right]_{0,8}^{2,3} \right\}$$

számszerüen behelyettesítve és a müveleteket elvégezve:

$$f_C = \frac{1}{I.E} \cdot 8820\ N.m^3 = \frac{1}{10^7\ N.m^2} \cdot 8820\ N.m^3 = 8,82.10^{-4}\ m = 0,882\ mm$$

a szögelfordulás:

$$\varphi_C = \frac{\partial L}{\partial M_o} = \frac{\partial L}{\partial M_{/x/}} \cdot \frac{\partial M_{/x/}}{\partial M_o} = \frac{1}{2.I.E} \cdot \left[2 \cdot \int_0^b M_{/x/1} \cdot \frac{\partial M_{/x/1}}{\partial M_o} \cdot dx + 2.. \int_b^{a+b} M_{/x/2} \cdot \frac{\partial M_{/x/2}}{\partial M_o} \cdot dx \right]$$

a nyomatékfüggvények és deriváltak:

$$M_{/x/1} = M_o + \frac{p.x^2}{2} \qquad \frac{\partial M_{/x/1}}{\partial M_o} = 1 \qquad \text{ha:} \quad 0 \leqq x \leqq 0{,}8$$

$$M_{/x/2} = M_o + p.b./x - \tfrac{b}{2}/ + F./x - b/ \qquad \frac{\partial M_{/x/2}}{\partial M_o} = 1 \qquad \text{ha:} \quad 0{,}8 \leqq x \leqq 2{,}3$$

behelyettesitve:

$$\varphi_C = \frac{1}{I.E} \cdot \left\{ \int_0^{0,8} / M_o + \frac{p.x^2}{2} /.1.dx + \int_{0,8}^{2,3} \left[M_o + p.b./x - \tfrac{b}{2}/ + F./x - b/ \right] .1.dx \right\}$$

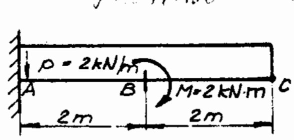
számszerüen behelyettesitve és a müveleteket elvégezve:

$$\varphi_C = \frac{1}{I.E} \cdot 5181 \text{ N.m}^2 = \frac{1}{10^7 \text{ N.m}^2} \cdot 5181 \text{ N.m}^2 = 5{,}181.10^{-4} \text{ rad}$$

16.6 Feladat

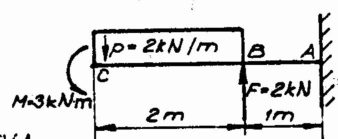
Számitsa ki a "C" keresztmetszet lehajlását és szögelfordulását Castigliano tétel alkalmazásával! / Ügyeljen arra, hogy a reakciók "F_o" és "M_o" függvényei legyenek./

16.6.1



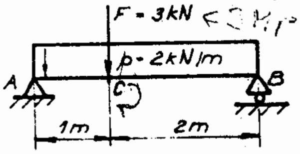
$I.E = 2{,}1.10^6 \text{ N.m}^2$

16.6.2



$I.E = 8.10^6 \text{ N.m}^2$

16.6.3

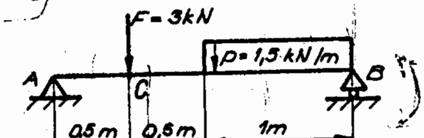


$I.E = 5{,}6.10^6 \text{ N.m}^2$

0,672 cm

YA = 8,4 · 10^-4

16.6.4



$I.E = 3.10^6 \text{ N.m}^2$

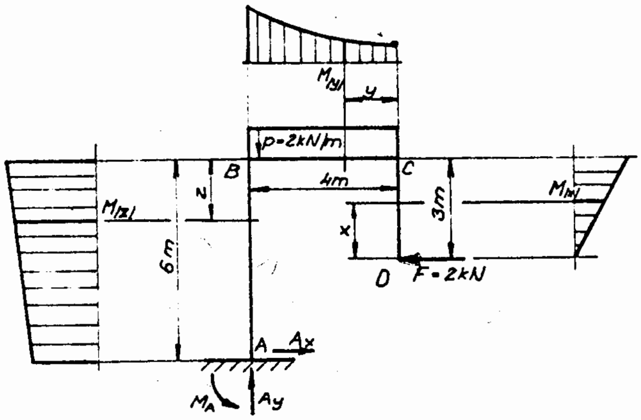
f = 0,817 · 10^-2 cm

YA = 2,10^-4

YB = 1,9 · 10^-4

16.4 Példa

Határozzuk meg az alábbi keretszerkezet "D" keresztmetszetének vizszintes irányu elmozdulását, ha a hajlitási merevség: $I.E = 10^7\ N.m^2$ / végig állandó /



Kidolgozás:

a deformáció számitásahoz szükséges nyomatékfüggvények és deriváltak:

$M_{/x/} = F.x$ $\frac{\partial M_{/x/}}{\partial F} = x$ ha: $0 \leq x \leq 3$ m

$M_{/y/} = 3.F + \frac{p.y^2}{2}$ $\frac{\partial M_{/y/}}{\partial F} = 3$ ha: $0 \leq y \leq 4$ m

$M_{/z/} = F./3 - z/ + p.4.2$ $\frac{\partial M_{/z/}}{\partial F} = 3 - z$ ha: $0 \leq z \leq 6$ m

az elmozdulás:

$$f = \frac{1}{I.E} \cdot \left[\int_0^3 F.x^2.dx + \int_0^4 /3.F + \frac{p.y^2}{2}/.3.dy + \int_0^6 /F.3 - F.z + p.8/./3 - z/.dz \right] =$$

$$= \frac{1}{I.E} \cdot \left\{ \left[\frac{F.x^3}{3} \right]_0^3 + \left[9.F.y + \frac{3.p.y^3}{6} \right]_0^4 + \left[9.F.z + \frac{F.z^3}{3} + 24.p.z - 3.F.z^2 - 4.p.z^2 \right]_0^6 \right\}$$

behelyettesitve és a számitásokat elvégezve:

$$f = \frac{1}{I.E} \cdot 190\ kN.m^3 = \frac{190.10^3\ N.m^3}{10^7\ N.m^2} = 19.10^{-3}\ m = 19\ mm$$

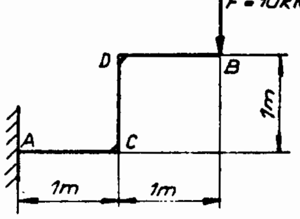
16.7 Feladat

Állapitsa meg a "B" keresztmetszet függőleges elmozdulását, ha a hajlitási merevség szakaszonként változó:

A–C szakaszra: $I.E = 7.10^6\ N.m^2$

C–D szakaszra: $I.E = 6.10^6\ N.m^2$

D–B szakaszra: $I.E = 5.10^6\ N.m^2$



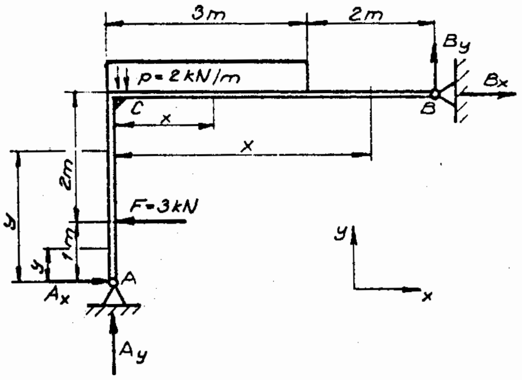
17. STATIKAILAG HATÁROZATLAN SZERKEZETEK

17.1 Példa

Határozzuk meg az alábbi törtvonalu tartó reakcióit és igénybevételi ábráit, ha a tartó hajlitási tengelyére számitott másodrendü nyomatékai:

A-C szakaszon: $I_1 = 98.10^{-6}\ m^4$

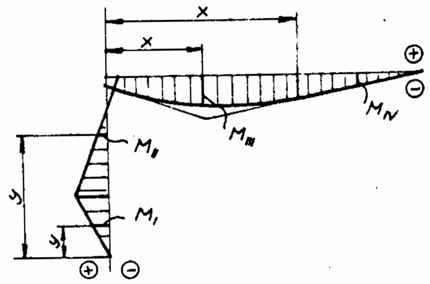
C-B szakaszon: $I_2 = 157.10^{-6}\ m^4$



Megoldás:

Castigliano-tétel alapján: $y_A = \frac{1}{I.E} \cdot \int_0^L M_{/f/} \cdot \frac{\partial M_{/f/}}{\partial A_y} \cdot dl = 0$, azaz elmozdulás nincs.

A_x; A_y felvett értelmeivel az alakhelyes nyomatéki ábra:



a feladat megoldásához: $M_{/f/} = f/A_y/$-raván szükségünk, igy:

$\curvearrowleft\!+ \Sigma M_B = 0 = 5.A_y - 3.A_x + 2.3 - 3.2.3,5$

melyből: $A_x = \frac{5}{3}.A_y - 5$

a nyomatékfüggvények, parciális deriváltjaik és érvényességi tartományaik:

$M_I = A_x.y = \frac{5}{3}.A_y.y - 5.y$ $\qquad \frac{\partial M_I}{\partial A_y} = \frac{5}{3}.y$ $\qquad$ ha: $0 \leqq y \leqq 1\ m$

$M_{II} = A_x.y - F./y-1/ = \frac{5}{3}.A_y.y - 8.y + 3$ $\qquad \frac{\partial M_{II}}{\partial A_y} = \frac{5}{3}.y$ $\qquad$ ha: $1\ m \leqq y \leqq 3\ m$

$M_{III} = 3.A_x - 2.F - A_y.x + \frac{p.x^2}{2} = 5.A_y - A_y.x + x^2 - 21$

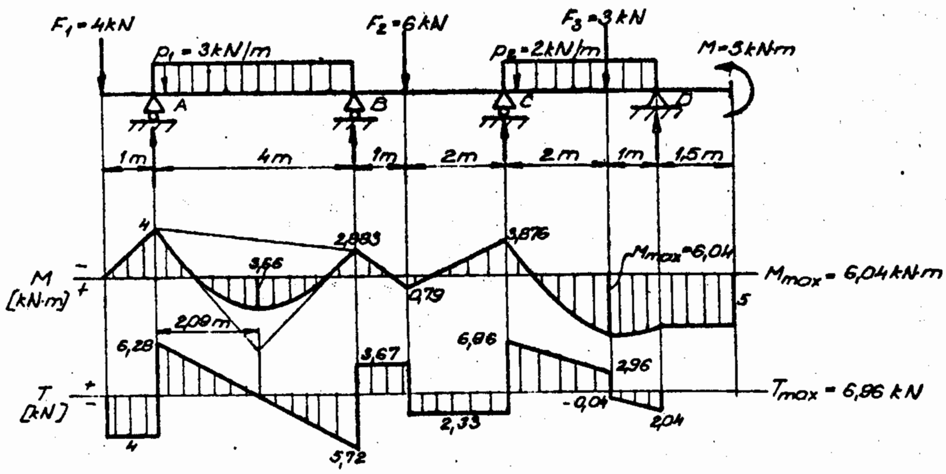
$\frac{\partial M_{III}}{\partial A_y} = 5 - x$ $\qquad$ ha: $0 \leqq x \leqq 3\ m$

$M_{IV} = 3.A_x - 2.F - A_y.x + 3.p./x-1,5/ = 5.A_y - A_y.x + 6.x - 30$

$\frac{\partial M_{IV}}{\partial A_y} = 5 - x$ $\qquad$ ha: $3\ m \leqq x \leqq 5\ m$

17.2 Példa

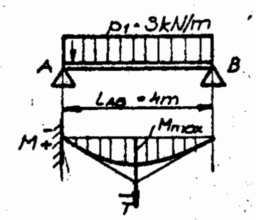
Határozzuk meg az alábbi többtámaszu folytatólagos tartó reakcióit és igénybevételi ábráit, ha a tartó hajlítási merevsége teljes hossza mentén állandó.



az A-B-C szakaszra felirt Clapeyron egyenlet:

$$M_A \cdot l_{AB} + 2 \cdot M_B \cdot /l_{AB} + l_{BC}/ + M_C \cdot l_{BC} = -\frac{6}{l_{AB}} \cdot \bar{M}_A - \frac{6}{l_{BC}} \cdot \bar{M}_C \qquad \text{ahol: } M_A = -4 \text{ kN.m}$$

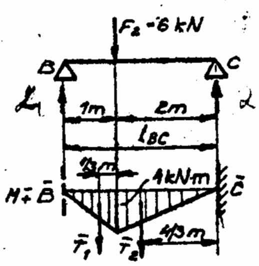
$\bar{M}_A$ az A-B különálló szakasz nyomatéki ábrájának nyomatéka az A pontra:



$$M_{max} = p_1 \cdot \frac{l_{AB}^2}{8} \quad /kN.m/ \qquad \bar{T} = \frac{2}{3} \cdot M_{max} \cdot l_{AB} \quad /kN.m^2/$$

$$\bar{M}_A = \frac{l_{AB}}{2} \cdot \bar{T} = p_1 \cdot \frac{l_{AB}^4}{24} = 3 \cdot \frac{4^4}{24} = 32 \text{ kN.m}^3$$

$\bar{M}_C$ a B-C különálló szakasz nyomatéki ábrájának nyomatéka a C pontra:



$$\bar{T}_1 = \frac{1.4}{2} = 2 \text{ kN.m}^2; \qquad \bar{T}_2 = \frac{2.4}{2} = 4 \text{ kN.m}^2$$

$$\bar{M}_C = \frac{7}{3} \cdot 2 + \frac{4}{3} \cdot 4 = 10 \text{ kN.m}^3$$

visszahelyettesitve a Clapeyron egyenletbe:

$$-4.4 + 2.M_B./4+3/ + M_C.3 = -\frac{6}{4}.32 - \frac{6}{3}.10$$

rendezve:

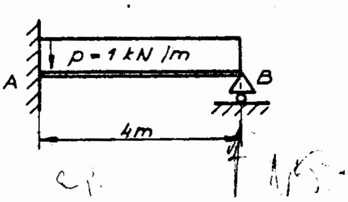
$$14 \cdot M_B + 3.M_C = -52 \qquad /1/$$

17.1 Feladat

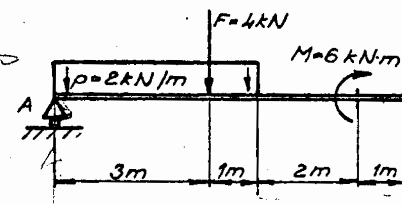
Számitsa ki az ábrázolt szerkezetek egyensulyozó erőit és rajzolja meg az igénybevételi ábrákat. Ha a feladatnál egyéb megjegyzés nincs, akkor a hajlitási merevség állandó. A feladatokról közölt eredményjegyzék szerint a reakciók pozitiv koordinátarendszere:

y, M, x

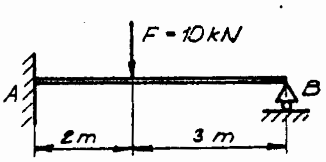
17.1.1



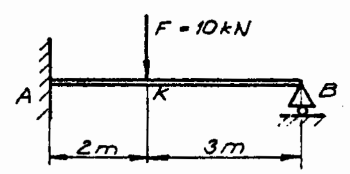
17.1.2



17.1.3

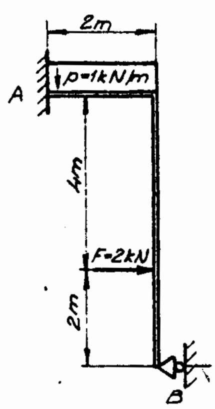


17.1.4

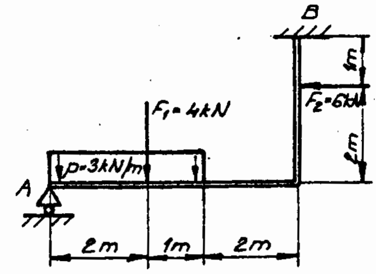


$I_{K-B} = 5\, I_{A-K}$

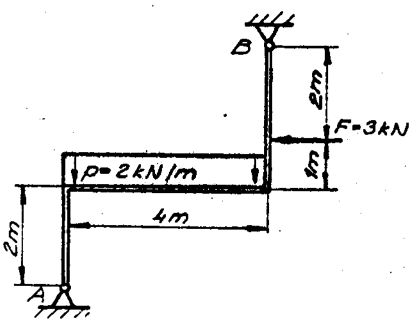
17.1.5



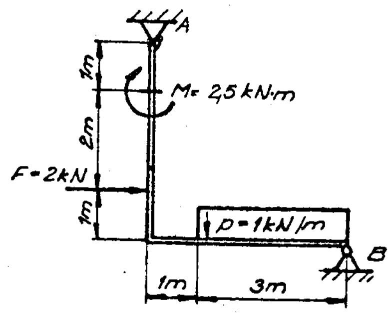
17.1.6



17.1.7



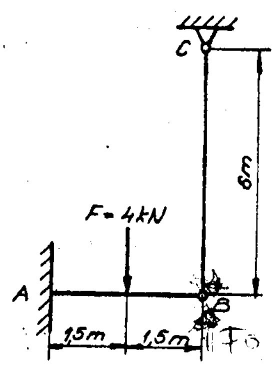
17.1.8



17.2 Feladat

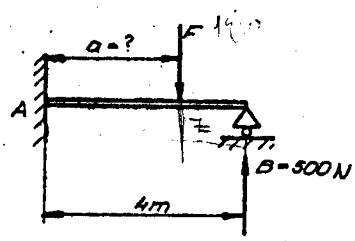
Határozza meg a reakciókat és a B pont függőleges elmozdulását, ha a keresztmetszetek:

A-B szakasz: I 200 /MSZ 325/
B-C szakasz: I 80 /MSZ 325/
valamint: E = 210 GPa



17.3 Feladat

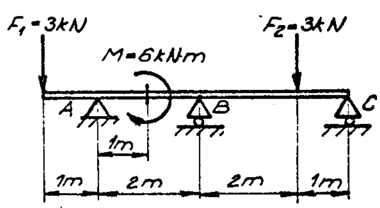
Az ábrán egy befalazott és alátámasztott tartót lát. Hol kell működtetni az F = 1 kN nagyságú erőt, hogy a támaszerő: B = 500 N legyen, ha a hajlítási merevség állandó?



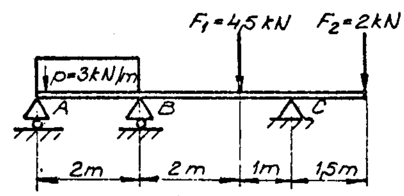
17.4 Feladat

Határozza meg az alábbi többtámaszu folytatólagos tartók igénybevételi ábráit! A tartók végig állandó keresztmetszetüek.

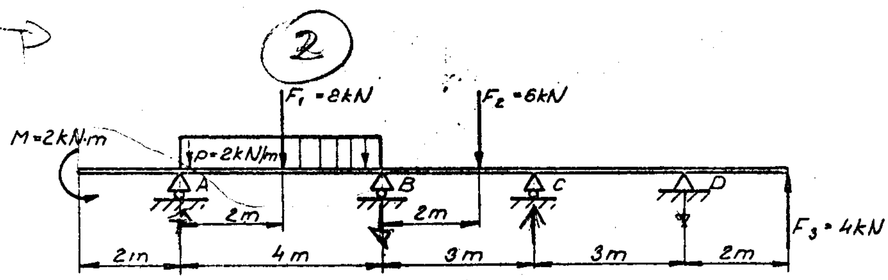
17.4.1



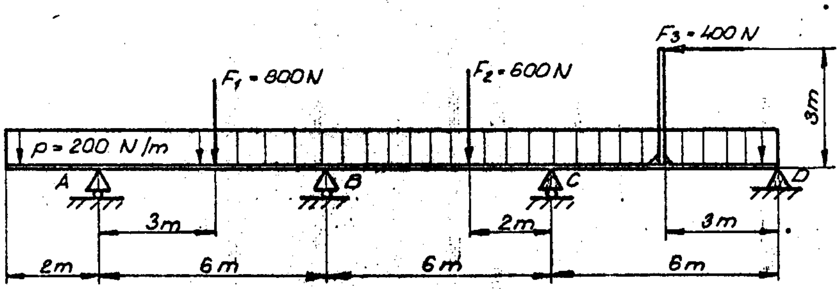
17.4.2



17.4.3



17.4.4



$M_B = -1489,2?$ $M_C = -937,78$

$A = 1219,6?$ $B = 2071,103$ $C = 1865,?6$

$D = 243,702$

T Á B L Á Z A T O K

VARRATNÉLKÜLI A CÉLCSÖVEK /MSZ 99 szerint/

/Normál falvastagságu méretek jellemző adatai/

1. számu táblázat

Külső átmérő d /mm/	Falvastagság s /mm/	Polyómétertömeg m /kg/m/	Felület A /10^{-4} m²/	Tehetetlenségi nyomaték tengelyre I /10^{-8} m⁴/	Tehetetlenségi nyomaték pontra Ip /10^{-8} m⁴/	Keresztmetszeti tényező tengelyre K /10^{-6} m³/	Keresztmetszeti tényező pontra Kp /10^{-6} m³/	Inercia sugár $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ /mm/	A félkeresztmetszet statikai nyomatéka M /10^{-6} m³/
10	1,6	0,331	0,422	0,039	0,077	0,077	0,154	3,02	0,057
12	1,6	0,410	0,523	0,072	0,145	0,121	0,241	3,72	0,087
14	1,8	0,542	0,690	0,131	0,262	0,187	0,375	4,36	0,135
16	1,8	0,630	0,803	0,206	0,411	0,257	0,514	5,06	0,182
17	1,8	0,675	0,860	0,252	0,503	0,296	0,592	5,41	0,209
18	2	0,789	1,005	0,327	0,653	0,363	0,726	5,7	0,257
20	2	0,888	1,131	0,464	0,927	0,464	0,927	6,40	0,325
22	2	0,986	1,257	0,635	1,269	0,577	1,154	7,11	0,401
25	2,3	1,288	1,640	1,067	2,135	0,854	1,708	8,07	0,595
27	2,3	1,401	1,785	1,373	2,746	1,017	2,034	8,77	0,704
28	2,3	1,458	1,857	1,545	3,091	1,104	2,208	9,12	0,762
30	2,6	1,757	2,232	2,119	4,238	1,413	2,826	9,73	0,979
32	2,6	1,885	2,401	2,615	5,230	1,634	3,269	10,44	1,127
34	2,6	2,013	2,565	3,183	6,365	1,872	3,744	11,14	1,285
38	2,6	2,270	2,892	4,554	9,107	2,397	4,794	12,55	1,632
42	2,6	2,528	3,218	6,272	12,54	2,987	5,973	13,96	2,021
44,5	2,6	2,689	3,422	7,540	15,08	3,389	6,777	14,84	2,285
48	2,6	2,911	3,708	9,586	19,17	3,994	7,988	16,08	2,682
51	2,6	3,103	3,953	11,61	23,22	4,553	9,106	17,14	3,048
54	2,6	3,296	4,198	13,90	27,80	5,148	10,300	18,20	3,437
57	2,9	3,869	4,929	18,08	36,17	6,345	12,69	19,15	4,248
60	2,9	4,084	5,202	21,26	42,51	7,085	14,17	20,21	4,732
63,5	2,9	4,334	5,521	25,40	50,80	8,000	16	21,45	5,329
70	2,9	4,799	6,113	34,47	68,94	9,848	19,70	23,75	6,533
76	2,9	5,228	6,660	44,55	89,11	11,72	23,45	25,87	7,752
83	3,2	6,298	8,022	63,96	127,9	15,41	30,82	28,24	10,19
89	3,2	6,771	8,626	79,48	159,0	17,86	35,72	30,36	11,78
95	3,6	8,115	10,34	108,1	216,2	22,76	45,52	32,34	15,04
102	3,6	8,736	11,13	134,9	269,7	26,45	52,89	34,81	17,44
108	3,6	9,269	11,81	161,1	322,1	29,83	59,65	36,93	19,63
114	3,6	9,801	12,49	190,4	380,9	33,41	66,82	39,05	21,95
127	4	12,13	15,46	292,6	585,2	46,08	92,16	43,51	30,27
133	4	12,73	16,21	337,5	675,1	50,76	101,5	45,63	33,29
140	4	13,42	17,09	395,5	790,9	56,50	113,0	48,10	37,0
152	4,5	16,37	20,85	567,6	1135	74,69	149,4	52,17	48,97
159	4,5	17,15	21,84	652,3	1305	82,05	164,1	54,65	53,72
168	4,5	18,14	23,11	773	1546	92,02	184	57,83	60,16
178	5	21,33	27,17	1017	2035	114,3	228,6	61,19	74,84
194	5,6	26,02	33,15	1472	2944	151,7	303,5	66,64	99,41
219	6,3	33,05	42,10	2383	4766	217,6	435,2	75,23	142,6
245	6,3	37,09	47,24	3367	6734	274,9	549,7	84,42	179,5
273	7,1	46,56	59,31	5245	10490	384,3	768,6	94,04	251,1
299	8	57,41	73,14	7747	15495	518,2	1036	102,9	338,8
324	8	62,34	79,42	9919	19839	612,3	1225	111,8	399,5
356	8	68,66	87,46	13247	26494	744,2	1488	123,1	484,5
368	8	71,03	90,48	14665	29329	797	1594	127,3	518,[illegible]
406	9	88,12	112,2	22126	44251	1090	2180	140,4	709,4
419	10	100,8	128,5	26884	53767	1283	2566	144,6	836,6

Megnevezés: Pl. 57 mm külső átmérőjü 2,9 mm falvastagságu A35 anyagminőségü acélcső megnevezése: acélcső 57x2,9 A35 MSZ 99.

ACÉLCSÖVEK /MSZ 120 szerint/

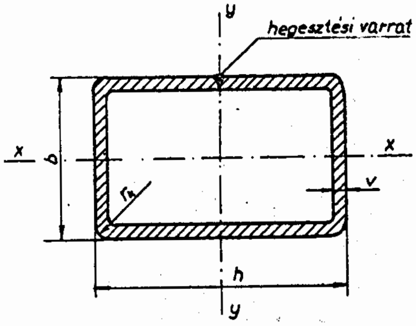
/Normál falvastagságu méretek jellemző adatai/

2. számu táblázat

Névleges átmérő		Külső átmérő	Falvastagság	Folyóméter-tömeg	Felület	Tehetetlenségi tényező		Keresztmetszeti tényező		Inercia sugár	A félkeresztmetszet statikai nyomatéka
						tengelyre	pontra	tengelyre	pontra		
/hüvelyk/	/mm/	d	s	m	A	I	I_p	K	K_p	$i=\sqrt{\frac{I}{A}}$	M_{st}
		/mm/	/mm/	/kg/m/	$/10^{-4}\cdot m^2/$	$/10^{-8}\cdot m^4/$	$/10^{-8}\cdot m^4/$	$/10^{-6}\cdot m^3/$	$/10^{-6}\cdot m^3/$	/mm/	$/10^{-6}\cdot m^3/$
1/8	6	10,6	2,0	0,424	0,540	0,053	0,105	0,099	0,199	3,12	0,075
1/4	8	14,0	2,3	0,664	0,845	0,150	0,300	0,215	0,429	4,22	0,159
3/8	10	17,5	2,3	0,862	1,098	0,324	0,649	0,371	0,742	5,44	0,268
1/2	15	21,8	2,6	1,231	1,568	0,736	1,472	0,675	1,350	6,85	0,482
3/4	20	27,3	2,6	1,584	2,018	1,556	3,111	1,140	2,279	8,78	0,796
1	25	34,2	3,2	2,446	3,116	3,784	7,567	2,213	4,425	11,02	1,543
1 1/4	32	42,9	3,2	3,133	3,991	7,914	15,83	3,689	7,379	14,08	2,527
1 1/2	40	48,8	3,2	3,599	4,584	11,97	23,95	4,907	9,815	16,16	3,332
2	50	60,8	3,6	5,078	6,469	26,56	53,12	8,738	17,48	20,26	5,897
2 1/2	65	76,6	3,6	6,481	8,256	55,13	110,3	14,39	28,79	25,84	9,600
3	80	89,5	4	8,434	10,74	98,39	196,8	21,99	43,97	30,26	14,63
3 1/2	90	102,1	4	9,667	12,32	148,1	296,2	29,04	58,07	34,68	19,22
4	100	115	4,5	12,26	15,62	238,8	477,6	41,53	83,07	39,10	27,49
5	125	140,8	5	16,75	21,33	492,4	984,8	69,94	139,9	48,05	46,12
6	150	166,5	5	19,91	25,37	827,9	1656	99,44	198,9	57,13	65,23

Megnevezés: Pl.: 1" névleges méretü A35 anyagminőségü acélcső megnevezése: acélcső 1" A35 MSZ 120.

HIDEGEN HAJLITOTT ZÁRT SZELVÉNYÜ TÉGLALAP ALAKU IDOMACÉL



h és b - oldalhosszak
v - falvastagság
r_k - külső hajlitási sugár
I - tehetetlenségi nyomaték
K - keresztmetszeti tényező
i - tehetetlenségi sugár

3. számu táblázat

Rövidjel Nsz	Méretek h	Méretek b	Méretek v	Méretek r_k max	Felület A	Folyóméter-tömeg m	y - y: Iy	y - y: Ky	y - y: iy	x - x: Ix	x - x: Kx	x - x: ix
	mm	mm	mm	mm	10^{-4} m²	kg/m	10^{-8} m⁴	10^{-6} m³	mm	10^{-8} m⁴	10^{-6} m³	mm
30/20 x 1,5	30	20	1,5	2,5	1,37	1,07	1,61	1,08	10,9	0,85	0,85	7,9
2			2	3	1,77	1,39	2,01	1,34	10,7	1,05	1,05	7,7
40/30 x 1,5	40	30	1,5	2,5	1,97	1,54	4,43	2,21	15,0	2,83	1,83	12,0
2			2	3	2,57	2,02	5,63	2,81	14,8	3,58	2,39	11,8
2,5			2,5	4	3,13	2,46	6,27	3,13	14,2	4,02	2,68	11,3
3			3	4,5	3,89	2,89	7,18	3,59	13,9	4,57	3,05	11,1
50/40 x 1,5	50	40	1,5	2,5	2,57	2,01	9,29	3,72	18,7	6,58	3,29	16,0
2			2	3	3,37	2,65	11,9	4,76	18,2	8,40	4,20	15,7
2,5			2,5	4	4,13	3,24	14,0	5,62	18,4	9,88	4,94	15,4
3			3	4,5	4,89	3,84	16,6	6,65	18,4	11,7	5,84	15,5
4			4	6	6,29	4,93	20,3	8,13	18,0	14,2	7,10	15,0
60/30 x 1,5	60	30	1,5	2,5	2,57	2,01	11,8	3,94	21,4	4,00	2,67	12,4
2			2	3	3,37	2,65	15,2	5,05	21,2	5,07	3,38	12,2
2,5			2,5	4	4,13	3,24	16,7	5,57	20,1	5,91	3,94	11,9
3			3	4,5	4,89	3,84	21,2	7,06	20,8	6,96	4,64	11,9
60/50 x 2,5	60	50	2,5	3	5,13	4,03	26,2	8,72	22,5	19,7	7,88	19,5
3			3	4,5	6,09	4,78	30,9	10,3	22,5	23,3	9,30	19,5
4			4	6	7,89	6,19	38,5	12,8	22,1	28,8	11,5	19,1
70/40 x 2	70	40	2	3	4,17	3,27	27,0	7,73	25,4	11,3	5,65	16,4
2,5			2,5	4	5,13	4,03	32,8	9,38	25,3	13,7	6,83	16,3
3			3	4,5	6,09	4,78	38,2	10,9	25,1	15,8	7,90	16,1
80/40 x 2	80	40	2	3	4,57	3,59	37,6	9,41	[illegible],6	12,7	6,37	16,6
2,5			2,5	4	5,63	4,42	45,2	11,3	28,3	15,2	7,58	16,4
3			3	4,5	6,69	5,25	53,5	13,4	28,3	17,9	8,93	16,3
4			4	6	8,69	6,82	67,0	16,7	27,8	22,0	11,0	15,9

3. számu táblázat folytatása

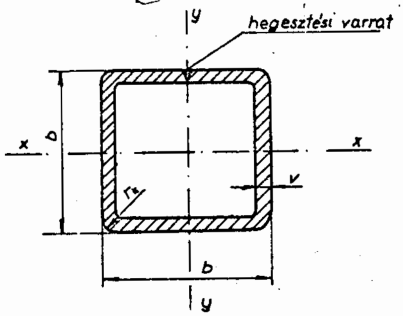
Rövidjel Nsz		Méretek h	Méretek b	Méretek v	Méretek r_k max	Felület A	Polyóméter-tömeg m	A megadott tengelyekre vonatkozó geometriai és statikai adatok y - y: Iy	y - y: Ky	y - y: iy	x - x: Ix	x - x: Kx	x - x: ix
		mm	mm	mm	mm	10^{-4}. m²	kg/m	10^{-8}.m⁴	10^{-6}. m³	mm	10^{-8}.m⁴	10^{-6}. m³	mm
90/45x	2	90	45	2	3	5.17	4.06	54.4	12.1	32.4	18.5	8.21	18.9
	2.5			2.5	4	6.38	5.01	65.7	14.6	32.0	22.1	9.84	18.6
	3			3	4.5	7.59	5.95	76.8	17.1	31.8	25.7	11.4	18.3
	4			4	6	9,89	7,76	85,9	19,1	29,4	31,5	14,0	17,8
100/ 50x	2.5	100	50	2.5	4	7.13	5.60	92.3	18.5	36.0	31.3	12.5	21.0
	3			3	4.5	8.49	6.66	108	21.7	35.7	36.5	14.6	20.7
	4			4	6	11,1	8,70	138	27,5	35,2	45,8	18,3	20,3
100/ 80x	2.5	100	80	2.5	4	8.63	6.78	127	25.4	38.3	89.3	22.3	32.1
	3			3	4.5	10.3	8.07	151	30.1	38.3	107	26.7	32.2
	4			4	6	13,5	10,6	193	38,6	37,8	136	34,1	31,8
120/ 60x	2.5	120	60	2.5	4	8.63	6.78	162	27.0	43.3	55.1	18.4	25.2
	3			3	4.5	10.3	8.07	192	32.0	43.2	65.1	21.7	25.2
	4			4	6	13.5	10.6	246	41.0	42.7	82.5	27.5	24.7
130/ 50x	2.5	130	50	2.5	4	8.63	6.78	177	27.3	45.2	39.5	15.8	21.3
	3			3	4.5	10.3	8.07	208	32.1	45.0	46.0	18.4	21.1
	4			4	6	13.5	10.6	265	40.8	44.3	57.5	23.0	20.5

Megnevezés: Fl. Nsz 50 /40x4-gyh   MSZ 7329

$\frac{F}{A} = \tau$

HIDEGEN HAJLITOTT ZÁRT SZELVÉNYÜ NÉGYZETACÉL
/MSZ 7328/

$A = \frac{F}{\tau}$

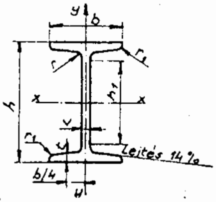


b - oldalhossz
v - falvastagság
r_k - külső hajlítási sugár
I - tehetetlenségi nyomaték
K - keresztmetszeti tényező
i - tehetetlenségi sugár

4. számu táblázat

Rövid jel Nt	Méretek b	Méretek v	Méretek r_k max	Felület A	Folyóméter-tömeg m	A megadott tengelyekre vonatkozó geometriai és statikai adatok x - x = y - y: I	K	i
	mm	mm	mm	$10^{-4} \cdot m^2$	kg/m	$10^{-8} \cdot m^4$	$10^{-6} \cdot m^3$	mm
20/20x 1,5	20	1,5	2,5	1,07	0,836	0,60	0,60	7,5
2		2	3	1,37	1,08	0,72	0,72	7,3
25/25 1,5	25	1,5	2,5	1,37	1,07	1,24	0,99	9,5
2		2	3	1,77	1,39	1,54	1,23	9,3
2,5		2,5	4	2,13	1,67	1,62	1,29	8,7
30/30 1,5	30	1,5	2,5	1,67	1,31	2,22	1,48	11,6
2		2	3	2,17	1,70	2,80	1,86	11,3
2,5		2,5	4	2,63	2,07	3,25	2,17	11,1
3		3	4,5	3,09	2,42	2,67	2,45	10,9
40/40 1,5	40	1,5	2,5	2,27	1,78	5,54	2,77	15,6
2		2	3	2,97	2,33	7,07	3,54	15,4
2,5		2,5	4	3,63	2,85	8,12	4,06	14,9
3		3	4,5	4,29	3,36	9,62	4,81	15,0
4		4	6	5,49	4,31	11,6	5,80	14,5
50/50 2	50	2	3	3,77	2,96	15,4	5,74	19,5
2,5		2,5	4	4,63	3,64	17,2	6,88	19,3
4		4	6	7,09	5,56	24,6	9,83	18,6
60/60 2	60	2	3	4,57	3,59	25,5	8,48	23,6
2,5		2,5	4	5,63	4,42	30,7	10,2	23,4
3		3	4,5	6,69	5,25	35,8	11,9	23,1
4		4	6	8,69	6,82	44,8	14,9	22,7
70/70 2,5	70	2,5	4	6,63	5,21	49,9	14,3	27,4
3		3	4,5	7,89	6,19	58,5	16,7	27,2
4		4	6	10,3	8,07	73,8	21,1	26,8
80/80 2,5	80	2,5	4	7,63	5,99	75,8	19,0	31,5
3		3	4,5	9,09	7,13	89,1	22,3	31,3
4		4	6	11,9	9,33	113,0	28,3	30,9
90/90 2,5	90	2,5	4	8,63	6,78	109,0	24,3	35,6.
3		3	4,5	10,3	8,07	129,0	28,6	35,4
4		4	6	13,5	10,6	165,0	36,6	34,9

Megnevezés: Pl. Nt 40/40 x 4-gyh   MSZ 7328



I szelvény
MSZ 325

A = a keresztmetszet területe
m = a folyómétertömeg
I = a másodrendű nyomaték
$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ = a tehetetlenségi sugár
K = a keresztmetszeti tényező
M_{st} = a félkeresztmetszet statikai nyomatéka az x-x tengelyre

5. számu táblázat

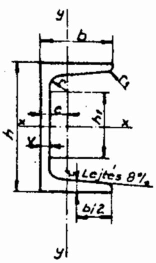
Szelvény mérete h	h_1	b	V=r	t	r_1	A	m	I_x	K_x	i_x	I_y	K_y	i_y	M_{st}
	mm	mm	mm	mm	mm	$10^{-4}\cdot m^2$	kg/m	$10^{-8}\cdot m^4$	$10^{-6}\cdot m^3$	mm	$10^{-8}\cdot m^4$	$10^{-6}\cdot m^3$	mm	$10^{-6}\cdot m^3$
80	59	42	3,9	5,9	2,3	7,58	5,95	77,8	19,3	32,0	6,29	3,00	9,1	11,4
100	76	50	4,5	6,8	2,7	10,6	8,32	171	34,2	40,1	12,2	4,88	10,7	19,9
120	92	58	5,1	7,7	3,1	14,2	11,2	328	54,7	48,1	21,5	7,41	12,3	31,8
140	109	66	5,7	8,6	3,4	18,3	14,4	573	81,9	56,1	35,2	10,7	14,0	47,7
160	126	74	6,3	9,5	3,8	22,8	17,9	935	117	64,0	54,7	148	15,5	68,0
180	142	82	6,9	10,4	4,1	27,9	21,9	1450	161	72	81,3	19,8	17,1	93,4
200	159	90	7,5	11,3	4,5	33,5	26,3	2140	214	80	117	26,0	18,7	125,0
220	176	98	8,1	12,2	4,9	39,6	31,1	3060	278	88	162	33,1	20,2	162,0
240	192	106	8,7	13,1	5,2	46,1	36,2	4250	354	95,9	221	41,7	22,0	206,0
260	209	113	9,4	14,1	5,6	53,4	41,9	5740	442	104,0	288	51,0	23,2	257,0
280	225	119	10,1	15,2	6,1	61,1	48,0	7590	542	111,0	364	61,2	24,5	316,0
300	242	125	10,8	16,2	6,5	69,1	54,2	9800	653	119,0	451	72,2	25,6	381,0
320	258	131	11,5	17,3	6,9	77,8	61,1	12510	782	127,0	555	84,7	26,7	457,0
340	274	137	12,2	18,[illegible]	7,3	86,8	68,1	15700	923	135,0	674	98,4	28,0	540,0
360	290	143	13,0	19,5	7,8	97,1	76,2	19610	1090	142,0	818	114,0	29,0	638,0
380	307	149	13,7	20,5	8,2	107,0	84,0	24010	1260	150,0	975	131,0	30,2	741,0
400	323	155	14,4	21,6	8,6	118,0	92,6	29210	1460	157,0	1160	149,0	31,3	857,0

Megnevezés: Pl. 260 mm magas I szelvény megnevezése: I 260 MSZ 325.

2 cm

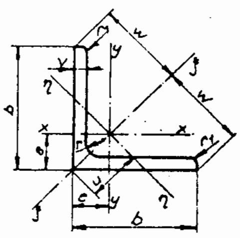
6.sz. táblázat

U-szelvény
MSZ 326



h a szelvény mérete	b	h_1	t=r	r_1	v	e	A	m	I_x	K_x	i_x	I_y	K_y	i_y	M_{st}
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	$10^{-4}\cdot m^2$	kg/m	$10^{-8}\cdot m^4$	$10^{-6}\cdot m^3$	mm	$10^{-8}\cdot m^4$	$10^{-6}\cdot m^3$	mm	$10^{-6}\cdot m^3$
50	38	22	7,0	3,5	5,0	1,37	7,1	5,6	26	10,6	19,2	9,1	3,75	11,3	-
65	42	35	7,5	4,0	5,5	1,42	9,0	7,1	58	17,7	25,2	14,1	5,07	12,5	-
80	45	48	8,0	4,0	6,0	1,45	11,0	8,6	106	26,5	31,0	19,4	6,36	13,3	15,9
100	50	66	8,5	4,5	6,0	1,55	13,5	10,6	206	41,2	39,1	29,3	8,49	14,7	24,5
120	55	84	9,0	4,5	7,0	1,60	17,0	13,4	364	60,7	46,2	43,2	11,10	15,9	36,3
140	60	100	10,0	5,0	7,0	1,75	[illegible]	16,0	605	86,4	54,5	62,7	14,80	17,5	51,4
160	65	117	10,5	5,5	7,5	1,84	24,0	18,8	925	116,0	62,1	85,3	18,30	18,9	68,8
180	70	136	11,0	5,5	8,0	1,92	28,0	22,0	1350	150,0	69,5	114,0	22,40	20,2	89,6
200	75	154	11,5	6,0	8,5	2,01	32,2	25,3	1910	191,0	77,0	146,0	27,00	21,4	114,0
220	80	170	12,5	6,5	9,0	2,14	37,4	29,4	2690	245,0	84,8	197,0	33,60	23,0	146,0
240	85	188	13,0	6,5	9,5	2,23	42,3	33,2	3600	300,0	92,2	248,0	39,60	24,2	179,0
260	90	204	14,0	7,0	10,0	2,36	48,3	37,9	4820	371,0	99,9	317,0	47,70	25,6	221,0
280	95	220	15,0	7,5	10,0	2,53	53,3	41,8	6280	448,0	109,0	399,0	57,20	27,4	266,0
300	100	236	16,0	8,0	10,0	2,70	58,8	46,2	8030	535,0	117,0	495,0	67,80	29,0	316,0

Megnevezés: Pl. U 200 MSZ 326.



Egyenlőszárú L- szelvény

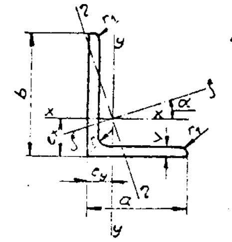
MSZ 328

A = a keresztmetszet területe
m = folyóméter tömeg
I = a másodrendű nyomaték
i = $\sqrt{I/A}$ = tehetetlenségi sugár
K = a keresztmetszeti tényező

Megnevezés: Pl. 100 mm szárhosszuságu és 12 mm vastag L szelvény megnevezése: L 100x100x12 MSZ 328

7.számú táblázat

A szelvény mérete	b	v	r	r_1	e	w	u	A	m	$I_x=I_y$	$K_x=K_y$	$i_x=i_y$	I_ξ	i_ξ	I_η	i_η
	mm	mm	mm	mm	10. mm	10.mm	10.mm	10^{-4} m^2	kg/m	10^{-8} m^4	10^{-6} m^3	mm	10^{-8} m^4	mm	10^{-8} m^4	mm
40x40x4	40	4	6	3	1,12	2,83	1,58	3,08	2,42	4,48	1,56	12,1	2,09	15,2	1,86	7,8
40x40x5	40	5	6	3	1,16	2,83	1,64	3,79	2,97	5,43	1,91	12,0	8,64	15,1	2,22	7,7
40x40x6	40	6	6	3	1,20	2,83	1,70	4,48	3,52	6,33	2,26	11,9	9,98	14,9	2,67	7,7
45x45x5	45	5	7	3,5	1,28	3,18	1,81	4,30	3,38	7,83	2,43	13,5	12,4	17,0	3,25	8,7
45x45x7	45	7	7	3,5	1,36	3,18	1,92	5,86	4,60	10,4	3,31	13,3	16,4	16,7	4,39	8,7
50x50x5	50	5	7	3,5	1,4	3,54	1,98	4,80	3,77	11,0	3,05	15,1	17,4	19,0	4,59	9,8
50x50x6	50	6	7	3,5	1,45	3,54	2,04	5,69	4,47	12,8	3,61	15,0	20,4	18,9	5,24	9,6
50x50x7	50	7	7	3,5	1,49	3,54	2,11	6,56	5,15	14,6	4,15	14,9	23,1	18,8	6,02	9,6
50x50x9	50	9	7	3,5	1,56	3,54	2,21	8,24	6,47	17,9	5,20	14,7	28,1	18,5	7,67	9,7
55x55x6	55	6	8	4,0	1,56	3,89	2,21	6,31	4,95	17,3	4,40	16,6	27,4	20,8	7,24	10,7
55x55x8	55	8	8	4,0	1,64	3,89	2,32	8,23	6,46	22,1	5,72	16,4	34,8	20,6	9,35	10,7
55x55x10	55	10	8	4,0	1,72	3,89	2,43	10,1	7,90	26,3	6,97	16,2	41,4	20,2	11,3	10,6
60x60x6	60	6	8	4,0	1,69	4,24	2,39	6,91	5,42	22,8	5,29	18,2	36,1	22,9	9,43	11,7
60x60x8	60	8	8	4,0	1,77	4,24	2,50	9,03	7,09	29,1	6,88	18,0	46,1	22,6	12,1	11,6
60x60x10	60	10	8	4,0	1,85	4,24	2,62	11,1	8,69	34,9	8,41	17,8	55,1	22,3	14,6	11,5
65x65x7	65	7	9	4,5	1,85	4,60	2,62	8,7	6,83	33,4	7,18	19,6	53,0	24,7	13,8	12,6
65x65x9	65	9	9	4,5	1,93	4,60	2,73	11,0	8,62	41,3	9,04	19,4	65,4	24,4	17,2	12,5
65x65x11	65	11	9	4,5	2,0	4,60	2,83	13,2	10,3	48,8	10,8	19,1	76,8	24,2	20,7	12,5
70x70x7	70	7	9	4,5	1,97	4,95	2,79	9,4	7,38	42,4	8,43	21,2	67,1	26,7	17,6	13,7
70x70x9	70	9	9	4,5	2,05	4,95	2,90	11,9	8,34	52,6	10,6	21,0	83,1	26,4	22,0	13,6
70x70x11	70	11	9	4,5	2,13	4,95	3,01	14,3	11,2	61,8	12,7	20,8	97,6	26,1	26,0	13,5
75x75x7	75	7	10	5,0	2,09	5,30	2,95	10,1	7,94	52,4	9,67	22,8	83,6	28,8	21,1	14,5
75x75x8	75	8	10	5,0	2,13	5,30	3,01	11,5	9,03	58,9	11,0	22,6	93,3	28,5	24,4	14,6
75x75x10	75	10	10	5,0	2,21	5,30	3,12	14,1	11,1	71,4	13,5	22,5	113	28,3	29,8	14,5
75x75x12	75	12	10	5,0	2,29	5,30	3,24	16,7	13,1	82,4	15,8	22,2	130	27,9	34,7	14,4
80x80x8	80	8	10	5,0	2,26	5,66	3,24	12,3	9,66	72,3	12,6	24,2	115	30,6	29,6	15,5
80x80x10	80	10	10	5,0	2,34	5,66	3,31	15,1	11,9	87,5	15,5	24,1	139	30,3	35,9	15,4
80x80x12	80	12	10	5,0	2,41	5,66	3,41	17,9	14,1	102,0	18,2	23,9	161	30,0	43,0	15,3
80x80x14	80	14	10	5,0	2,48	5,66	3,51	20,6	16,1	115,0	20,8	23,6	181	29,6	48,6	15,4
90x90x9	90	9	11	5,5	2,54	6,36	3,59	15,5	12,2	116,0	18,0	27,4	184	34,5	47,8	17,6
90x90x11	90	11	11	5,5	2,62	6,36	3,70	18,7	14,7	138,0	21,6	27,2	218	34,1	57,1	17,5
90x90x13	90	13	11	5,5	2,70	6,36	3,81	21,8	17,1	158,0	25,1	26,9	250	33,9	65,9	17,4
90x90x16	90	16	11	5,5	2,81	6,36	3,97	26,4	20,7	186,0	30,1	26,6	294	33,4	79,1	17,3
100x100x10	100	10	12	6,0	2,82	7,07	3,99	19,2	15,1	177,0	24,7	30,4	280	38,2	73,3	19,5
100x100x12	100	12	12	6,0	2,90	7,07	4,10	22,7	17,8	207	29,2	30,2	328	38,0	86,2	19,5
100x100x14	100	14	12	6,0	2,98	7,07	4,21	26,2	20,6	235	33,5	30,0	372	37,7	98,3	19,4
100x100x20	100	20	12	6,0	3,20	7,07	4,54	36,2	28,4	311	45,8	29,3	488	36,7	134	19,3
120x120x11	120	11	13	6,5	3,36	8,49	4,75	25,4	19,9	341	39,5	36,6	541	46,2	140	23,5
120x120x13	120	13	13	6,5	3,44	8,49	4,86	29,7	23,3	394	46,0	36,4	625	45,9	162	23,4
120x120x15	120	15	13	6,5	3,51	8,49	4,94	33,9	26,6	446	52,5	36,3	705	45,6	186	23,4
120x120x20	120	20	13	6,5	3,70	8,49	5,24	44,2	34,7	562	67,7	35,7	887	44,8	236	23,1
140x140x13	140	13	15	7,5	3,92	9,90	5,54	35,0	27,5	638	63,3	42,7	1010	53,8	262	27,4
140x140x15	140	15	15	7,5	4,0	9,90	5,66	40,0	31,4	723	72,3	42,5	1150	53,6	298	27,9
140x140x17	140	17	15	7,5	4,08	9,90	5,77	45,0	35,3	805	81,2	42,3	1280	53,3	334	27,2
160x160x15	160	15	17	8,5	4,49	11,3	6,35	46,1	36,2	1100	95,6	48,8	1750	61,5	453	31,4
160x160x17	160	17	17	8,5	4,57	11,3	6,46	51,8	40,7	1230	108,0	48,6	1950	61,3	506	31,3
160x160x19	160	19	17	8,5	4,65	11,3	6,58	57,5	45,1	1350	118,0	48,4	2140	61,0	558	31,2
180x180x16	180	16	18	9,0	5,02	12,7	7,11	55,4	43,5	1680	130,0	55,1	2690	69,6	679	35,0
180x180x18	180	18	18	9,0	5,10	12,7	7,22	61,9	48,6	1870	145,0	54,9	2970	79,3	757	34,9
180x180x20	180	20	18	9,0	5,18	12,7	7,33	68,4	53,7	2040	160,0	54,7	3260	69,0	830	34,9
200x200x16	200	16	18	9,0	5,52	14,1	7,80	61,8	48,5	2340	162,0	61,5	3740	77,8	943	39,1
200x200x18	200	18	18	9,0	5,60	14,1	7,92	69,1	54,3	2600	181,0	61,3	4150	77,5	1050	39,0
200x200x20	200	20	18	9,0	5,68	14,1	8,04	76,4	59,9	2850	199,0	61,1	4540	77,2	1160	38,9



Egyenlőtlenszáru L- szelvény

MSZ 329

A = a keresztmetszet területe
m = a folyóméter tömeg
I = másodrendű nyomaték
i = $\sqrt{I/A}$ = a tehetetlenségi sugár
K = a keresztmetszeti tényező

Megnevezés: Pl.: 65 mm hosszu rövidebb, 130 mm hosszu hosszabb száru és 10 mm vastag L-szelvény idomacél megnevezése:
L 65x130x10 MSZ 329.

8. számu táblázat

Szelvény mérete axbxv	r	r_1	e_x	e_y	tg	A	m	I_x	K_x	i_x	I_y	K_y	i_y	I_ξ	i_ξ	I_η	i_η
	mm	mm	10 mm	10 mm	-	$10^{-4}\cdot m^2$	kg/m	$10^{-8}\cdot m^4$	$10^{-6}\cdot m^3$	mm	$10^{-8}\cdot m^4$	$10^{-6}\cdot m^3$	mm	$10^{-8}\cdot m^4$	mm	$10^{-8}\cdot m^4$	mm
40x50x3	4	2	1,48	0,99	0,632	2,63	2,06	6,58	1,87	15,8	3,76	1,25	12,0	8,46	17,9	1,89	8,5
40x50x4	4	2	1,52	1,03	0,629	3,46	2,71	8,54	2,47	15,7	4,86	1,64	11,9	10,9	17,8	2,46	8,4
40x40x5	4	2	1,56	1,07	0,625	4,27	3,35	10,4	3,02	15,6	5,89	2,01	11,8	13,3	17,6	3,02	8,4
40x60x5	6	3	1,96	0,97	0,437	4,79	3,76	17,2	4,25	18,9	6,11	2,02	11,3	19,8	20,3	3,50	8,6
40x60x6	6	3	2,00	1,01	0,433	5,68	4,46	20,1	5,03	18,8	7,12	2,38	11,2	23,1	20,2	4,12	8,5
40x60x7	6	3	2,04	1,05	0,429	6,55	5,14	23	5,79	18,7	8,07	2,74	11,1	26,3	20,0	4,73	8,5
50x65x5	6,5	3,5	1,99	1,25	0,583	5,54	4,35	23,1	5,11	20,4	11,9	3,18	14,7	28,8	22,8	6,21	10,6
50x65x7	6,5	3,5	2,07	1,33	0,574	7,60	5,97	31	6,99	20,2	15,8	4,31	14,4	38,1	22,5	8,37	10,5
50x65x9	6,5	3,5	2,15	1,41	0,567	9,58	7,52	38,2	8,77	20,0	19,4	5,39	14,2	47	22,2	10,5	10,5
50x100x6	9	4,5	3,49	1,04	0,263	8,73	6,85	89,7	13,8	32,0	15,3	3,86	13,2	95,2	33,0	9,78	10,6
50x100x8	9	4,5	3,59	1,13	0,258	11,5	8,99	116	18	31,8	19,5	5,04	13,1	123	32,8	12,6	10,5
50x100x10	9	4,5	3,67	1,20	0,252	14,1	11,1	141	22,2	31,6	23,4	6,17	12,9	149	32,5	15,5	10,4
55x75x5	7	3,5	2,31	1,33	0,530	6,30	4,95	35,5	6,84	23,7	16,2	3,89	16,0	43,1	26,1	8,68	11,7
55x75x7	7	3,5	2,40	1,41	0,525	8,66	6,80	47,9	9,39	23,5	21,8	5,32	15,9	57,9	25,9	11,8	11,7
55x75x9	7	3,5	2,47	1,48	0,518	10,9	8,59	59,4	11,8	23,3	26,8	6,66	15,7	71,3	25,5	14,8	11,6
60x90x6	7	3,5	2,89	1,41	0,442	8,69	6,82	71,1	11,7	28,7	25,8	5,61	17,2	82,8	30,9	14,6	13,0
60x90x8	7	3,5	2,97	1,49	0,437	11,4	8,96	92,5	15,4	28,5	33	7,31	17,0	107	30,6	19	12,9
60x90x10	7	3,5	3,05	1,56	0,431	14,1	11	112	18,8	28,2	39,6	8,92	16,8	129	30,2	23,1	12,8
65x75x6	8	4	2,19	1,70	0,740	8,11	6,37	44	8,30	23,3	30,7	6,39	19,4	60,2	27,3	14,4	13,4
65x75x8	8	4	2,28	1,78	0,736	10,6	8,34	56,7	10,9	23,1	39,4	8,34	19,2	77,3	27,0	18,8	13,3
65x75x10	8	4	2,35	1,86	0,732	13,1	10,3	68,4	13,3	22,9	47,3	10,2	19,0	92,7	26,6	23	13,3
65x80x6	8	4	2,39	1,65	0,649	8,41	6,60	52,8	9,41	25,1	31,2	6,44	19,3	68,5	28,5	15,6	13,6
65x80x8	8	4	2,47	1,43	0,645	11	8,66	68,1	12,3	24,9	40,1	8,41	19,1	88	28,2	20,3	13,6
65x80x10	8	4	2,55	1,81	0,640	13,6	10,7	82,2	15,1	24,6	48,3	10,3	18,9	106	27,9	24,8	13,5
65x80x12	8	4	2,63	1,88	0,634	16	12,6	95,4	17,8	27,7	55,8	12,1	18,7	122	27,6	29,2	13,5
65x100x7	10	5	3,23	1,55	0,419	11,2	8,77	113	16,6	31,7	37,6	7,54	18,4	128	33,9	21,6	13,9
65x100x9	10	5	3,32	1,59	0,415	14,2	11,1	141	21,0	31,5	46,7	9,52	18,2	160	33,6	27,2	13,9
65x100x11	10	5	3,40	1,67	0,410	17,1	13,4	167	25,3	31,3	55,1	11,4	18,0	190	33,4	32,6	13,8
65x115x8	8	4	3,94	1,46	0,324	13,8	10,8	188	24,8	36,9	44,2	8,78	17,9	205	38,5	27,4	14,1
65x115x10	8	4	4,02	1,54	0,321	17,1	13,4	229	30,6	36,6	53,3	10,8	17,7	249	38,2	33,2	14,0
65x130x8	11	5,5	4,56	1,37	0,263	15,1	11,9	263	31,1	41,7	44,8	8,72	17,2	280	43,1	28,6	13,8
65x130x10	11	5,5	4,56	1,45	0,259	18,6	14,6	321	38,4	41,5	54,2	10,7	17,1	340	42,7	35,0	13,7
65x130x12	11	5,5	4,74	1,53	0,255	22,1	17,3	376	45,5	41,2	63	12,7	16,9	397	42,4	41,2	13,7
75x90x7	8,5	4,5	2,67	1,93	0,683	11,1	8,74	88,1	13,9	28,1	55,5	9,98	22,3	117	32,4	27,1	15,6
75x90x9	8,5	4,5	2,67	2,01	0,679	14,1	11,1	110	17,6	27,9	69,1	12,6	22,1	145	32,1	34,1	15,6
75x90x11	8,5	4,5	2,83	2,09	0,675	17,0	13,4	130	21,1	27,7	81,7	18,5	21,9	171	31,7	40,9	15,5
75x100x9	10	5	3,15	1,91	0,549	15,1	11,8	148	21,5	31,3	71	12,7	21,7	181	34,7	37,8	15,8
75x100x11	10	5	3,23	1,99	0,545	18,2	14,3	176	25,9	31,1	84	15,3	21,5	214	34,4	45,4	15,8
75x130x8	10,5	5,5	4,36	1,65	0,339	15,9	12,5	276	31,9	41,7	68,3	11,7	20,8	303	43,7	41,3	16,1
75x130x10	10,5	5,5	4,45	1,73	0,336	19,6	15,4	337	39,4	41,4	82,9	14,4	20,6	369	43,4	50,6	16,1
75x130x12	10,5	5,5	4,53	1,81	0,332	23,3	18,3	395	46,6	41,2	96,5	17	20,4	432	43,1	59,6	16
80x120x8	11	5,5	3,83	1,87	0,441	15,5	12,2	226	27,6	38,2	80,8	13,2	22,9	261	41	45,8	17,2
80x120x10	11	5,5	3,92	1,95	0,438	19,1	15	276	34,1	38	98,1	16,2	22,7	318	40,7	56,1	17,1
80x120x12	11	5,5	4,00	2,03	0,433	22,7	17,8	323	40,4	37,7	114	19,1	22,5	371	40,4	66,1	17,1
80x120x14	11	5,5	4,08	2,10	0,429	26,2	20,5	368	46,4	37,5	130	22	22,3	421	40,1	75,8	17,0
90x130x10	12	6	4,15	2,18	0,472	21,2	16,6	358	40,5	41,1	141	20,6	25,8	420	44,6	78,5	19,3
90x130x12	12	6	4,24	2,26	0,486	25,1	19,7	420	48	40,9	165	24,4	25,6	492	44,3	92,6	19,2
90x130x14	12	6	4,32	2,34	0,465	29	22,8	480	55,3	40,7	187	28,1	25,4	560	44	106	19,1
100x150x12	13	6,5	4,89	2,42	0,439	28,7	22,6	650	64,2	47,6	232	30,6	28,4	749	51	132	21,5
100x150x14	13	6,5	4,79	2,50	0,435	33,2	26,1	744	74,1	47,3	264	35,2	28,2	856	50,7	152	21,4

Kedvező kialakitásu szelvényalakok ω kihajlási tényezője

/~240 MPa folyáshatáru anyagokra/

9. számu táblázat

karcsusági tényező	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	karcsusági tényező
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	10
20	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,03	1,03	1,03	1,03	20
30	1,04	1,04	1,04	1,05	1,05	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07	30
40	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09	1,09	1,10	1,10	1,11	40
50	1,12	1,13	1,13	1,14	1,14	1,15	1,16	1,16	1,17	1,18	50
60	1,19	1,19	1,20	1,21	1,22	1,24	1,25	1,26	1,28	1,29	60
70	1,30	1,31	1,33	1,34	1,36	1,38	1,39	1,41	1,43	1,45	70
80	1,46	1,48	1,50	1,52	1,53	1,55	1,57	1,59	1,62	1,64	80
90	1,66	1,68	1,70	1,73	1,75	1,77	1,80	1,83	1,85	1,87	90
100	1,90	1,92	1,95	1,98	2,01	2,04	2,07	2,10	2,13	2,15	100
110	2,18	2,21	2,24	2,28	2,31	2,34	2,37	2,41	2,44	2,48	110
120	2,51	2,55	2,58	2,62	2,65	2,68	2,72	2,76	2,80	2,84	120
130	2,87	2,91	2,95	2,99	3,03	3,06	3,10	3,14	3,18	3,22	130
140	3,27	3,31	3,35	3,39	3,43	3,47	3,51	3,55	3,59	3,64	140
150	3,69	3,73	3,77	3,82	3,86	3,91	3,95	3,99	4,04	4,09	150
160	4,13	4,18	4,23	4,28	4,33	4,39	4,44	4,49	4,54	4,59	160
170	4,65	4,70	4,75	4,80	4,85	4,90	4,95	5,00	5,06	5,12	170
180	5,18	5,23	5,28	5,33	5,38	5,43	5,48	5,54	5,59	5,65	180
190	5,71	5,76	5,82	5,88	5,95	6,02	6,08	6,14	6,21	6,27	190
200	6,33	6,39	6,45	6,50	6,56	6,62	6,68	6,75	6,81	6,87	200
210	6,94	7,00	7,06	7,13	7,19	7,25	7,31	7,38	7,45	7,51	210
220	7,58	7,65	7,72	7,80	7,87	7,94	8,00	8,07	8,14	8,20	220
230	8,26	8,33	8,41	8,48	8,55	8,62	8,67	8,73	8,80	8,86	230
240	8,93	9,01	9,10	9,18	9,27	9,35	9,42	9,50	9,57	9,64	240
250	9,71										

Kedvezőtlen kialakitásu szelvényalakok ω kihajlási tényezője

/~ 240 MPa folyáshatáru anyagokra/

10. számu táblázat

karcsu-sági tényező	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	karcsu-sági tényező
0	1,10	1,10	1,11	1,11	1,11	1,12	1,12	1,12	1,13	1,13	0
10	1,14	1,14	1,14	1,15	1,15	1,16	1,16	1,17	1,17	1,18	10
20	1,18	1,19	1,19	1,19	1,20	1,20	1,20	1,21	1,21	1,22	20
30	1,23	1,23	1,24	1,24	1,25	1,26	1,26	1,27	1,28	1,28	30
40	1,29	1,30	1,30	1,31	1,32	1,33	1,34	1,35	1,36	1,37	40
50	1,37	1,38	1,39	1,40	1,40	1,41	1,42	1,43	1,44	1,45	50
60	1,46	1,47	1,48	1,49	1,50	1,51	1,52	1,53	1,55	1,56	60
70	1,57	1,58	1,60	1,61	1,63	1,64	1,65	1,66	1,68	1,69	70
80	1,71	1,73	1,75	1,77	1,78	1,79	1,81	1,83	1,85	1,87	80
90	1,88	1,90	1,92	1,94	1,96	1,98	2,00	2,02	2,04	2,05	90
100	2,06	2,08	2,11	2,13	2,16	2,19	2,21	2,24	2,26	2,28	100
110	2,31	2,34	2,36	2,39	2,41	2,44	2,47	2,50	2,52	2,55	110
120	2,58	2,60	2,62	2,65	2,68	2,71	2,74	2,77	2,80	2,84	120
130	2,87	2,91	2,95	2,99	3,03	3,06	3,10	3,14	3,18	3,22	130
140	3,27	3,31	3,35	3,39	3,43	3,47	3,51	3,55	3,59	3,64	140
150	3,69	3,73	3,77	3,82	3,86	3,91	3,95	3,99	4,04	4,09	150
160	4,13	4,18	4,23	4,28	4,33	4,39	4,44	4,49	4,54	4,59	160
170	4,65	4,70	4,75	4,80	4,85	4,90	4,95	5,00	5,06	5,12	170
180	5,18	5,23	5,28	5,33	5,38	5,43	5,48	5,54	5,59	5,65	180
190	5,71	5,76	5,82	5,88	5,95	6,02	6,08	6,14	6,21	6,27	190
200	6,33	6,39	6,45	6,50	6,56	6,62	6,68	6,75	6,81	6,87	200
210	6,94	7,00	7,06	7,13	7,19	7,25	7,31	7,38	7,45	7,51	210
220	7,58	7,65	7,72	7,80	7,87	7,94	8,00	8,07	8,14	8,20	220
230	8,26	8,33	8,41	8,48	8,55	8,62	8,67	8,73	8,80	8,86	230
240	8,93	9,01	9,10	9,18	9,27	9,35	9,42	9,50	9,57	9,64	240
250	9,71										